

薄板群周辺流況の計算のためのIB法の改良に関する研究とその適用

A STUDY ON IMPROVEMENT OF IMMERSSED BOUNDARY METHOD FOR CALCULATING FLOW AROUND THIN PLATES AND ITS APPLICATION

河海工学分野 田邊 礼佳
River and Coastal Engineering Ayaka Tanabe

地震発生時にスロッシングによって沈殿池傾斜板が破損した。著者らは傾斜板の被災メカニズムを解明するためにIB法を用いた数値モデルによってスロッシング発生時に傾斜板に作用する流体力について検討をしたが、現在用いているIB法では剥離を伴うような角を有する物体周りの流れを再現できないことが明らかになった。本研究では薄板周りの流れを計算するためにIB法の改良を行った。その結果、一様流中に置かれた角を有する物体周りの流れの計算を行えるようになり、スロッシング発生時の薄板周りの流れについてもある程度は再現できるようになった。

The inclined plate in the settling pond was broken by sloshing at the past earthquake. In order to clarify the damage mechanism of the inclined plate, we simulated the hydrodynamic forces acting on inclined plates under sloshing with Immersed Boundary Method. Then, it became clear that the flow around the object with edges can not be reproduced by the current numerical analysis method. In this research, we improved the problems of numerical models to calculate flow around thin plates. As a result, it is now possible to calculate the flow around an object with edges placed in a uniform flow and to reproduce the flow around the thin plate under sloshing to some extent.

1 研究背景

自由表面を有する液体が入った容器に長周期的な振動外力が作用し、容器の固有周期と振動周期が一致した場合には、内部の液体が大きく揺動する。この現象をスロッシングという。過去の地震発生時に浄水場の沈殿池に設置されている浮遊物の沈降促進のための傾斜板が大きく破損し、水供給が長期間にわたって停止した¹⁾。傾斜板被災の原因はスロッシングだと考えられているが、傾斜板の詳細な被災メカニズムは明らかになっていない。そこで、著者²⁾は傾斜板群の被災メカニズムを明らかにすることを目的とし、Immersed Boundary Method (IB法)³⁾を用いた2次元数値モデルを用いて、スロッシング発生時に傾斜板群に作用する流体力について検討した。傾斜板は、沈殿池内に狭い間隔で複数枚設置されている。そのような条件で流体計算を行う場合、傾斜板群の形状に合わせてメッシュを切るのは大変であり、メッシュを細かくすると計算コストも増大する。そのため、本数値モデルでは物体の境界条件にIB法を用いている。IB法では物体形状に合わせた格子形成が不要であり、物体内外にかかわらず全領域で同じ解き方ができるため計算コストが抑えられる。さらに、IB法では物体-流体間の相互作用力を計算するため、各傾斜板に作用する流体力の分布を明らかにすることができるというメリットもある。しかし、研究に用いた数値モデルの精度検証として、一様流中に置かれた平板周りの流れの計算を行った際に、板を突き抜けるような流れが発生しており、現在用いているIB法では薄板周りの流れを精度よく再現できないことが明らかになった。

本数値モデルで用いているIB法では、Silva et al. が提

案した手法を用いている。Silva et al. は本手法を用いて $Re = 10 \sim 300$ までの低レイノルズ数についての円柱周りの計算を行っている。また、竹岡らや渡辺らは本数値モデルを用いて円柱や球、楕円体のような丸みを帯びた物体周りの流れを精度よく再現できることを示している。しかし、本手法では剥離を伴うような角を有する物体周りの流れの再現性については検討されてきておらず、薄板周りの流れは再現できないことが明らかになっている。

2 研究目的及び研究手順

狭い間隔で複数枚設置された傾斜板群の被災メカニズムを明らかにするためには、傾斜板近傍の流況を精度よく再現することが重要である。

そこで本研究では、薄板群周辺流況を計算することを目的とし、IB法の改良を行った。薄板の特徴は、角を有することと、薄いことである。これまで本数値モデルを用いて円柱や球、楕円体等の丸みを帯びた厚みのある物体周りの流れは精度よく再現できることは示されてきた⁴⁾²⁾。しかし、角を有する物体については検証されていない。そのため、本研究ではまず角を有する物体周りの流れの再現性の確認として、一様流中に置かれた角柱周りの流れの計算を行い、山南ら⁵⁾の実験結果と比較した。角を有する物体周りの流れの再現性を確認したのちに、スロッシング発生時における薄板周りの流れについての計算を行い、問題点の抽出、改善を行った。スロッシング発生時における薄板周りの流れについては、検討されている既往の論文がないため、精度検証用のデータを得るために可視化実験を行った。

3 数値モデル

本研究では、矩形水槽内に薄い傾斜板が複数枚設置されている場合の流体運動について数値計算を行うが、複数の板から成る構造物表面の境界条件を厳密に満足させて流体計算を行うことは難しい．そこで、本研究では物体の境界条件を厳密に満たすことのできる IB 法³⁾を採用している．IB 法では、直角格子状に分割された計算領域内に物体表面上に定義される Lagrange 点を挿入する．Lagrange 点上で境界条件を満足するように強制外力を求め、この強制外力の反作用力を外力として流体計算を行う．基礎方程式は非圧縮性・粘性流体を対象とした Navier-Stokes 式 (式 (1)) と連続の式 (式 (2)) である．

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right] = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 \mathbf{V} は流体速度ベクトル、 P は圧力、 t は時間、 μ は粘性係数、 \mathbf{g} は外部加速度ベクトルである．また、 \mathbf{F} は強制外力項であり、式 (3) によって算定される．

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sum D_{ij} \mathbf{f}_k(x_k, y_k) \Delta k^2 \quad (3)$$

ここで、 \mathbf{x} は直角格子上の点の位置ベクトル、 \mathbf{x}_k は Lagrange 点上の位置ベクトル、 Δk は Lagrange 点間距離、 \mathbf{f}_k は Lagrange 点に作用する強制外力である．式 (3) では、Peskin が提案したデルタ関数 D_{ij} を用いて Lagrange 点上の強制外力を直角格子上に分配している．デルタ関数 D_{ij} は式 (4)-式 (6) で算出される．

$$D_{ij}(x_k, y_k) = \frac{f_1[(x_k - x_i)/h] f_1[(y_k - y_j)/h]}{h^2} \quad (4)$$

$$f_1(r) = \begin{cases} f_2(r) & (if \ \|r\| < 1) \\ \frac{1}{2} - f_2(2 - \|r\|) & (if \ 1 < \|r\| < 2) \\ 0 & (if \ \|r\| > 2) \end{cases} \quad (5)$$

$$f_2(r) = \frac{3 - 2\|r\| + \sqrt{1 + 4\|r\| - 4\|r\|^2}}{8} \quad (6)$$

上式における h は直角格子幅、 (x_i, y_j) は直角格子上の流速定義点の座標、 r は $(x_k - x_i)/h$ あるいは $(y_k - y_j)/h$ である．

Lagrange 点 k における強制外力 \mathbf{f}_k は Silva et al. の提案している Physical Virtual Model を用いて式 (7) で算出した．

$$\mathbf{f}_k = \rho \frac{\partial \mathbf{V}_k}{\partial t} + \rho (\mathbf{V}_k \cdot \nabla) \mathbf{V}_k - \mu \nabla^2 \mathbf{V}_k + \nabla P_k \quad (7)$$

ここで、 \mathbf{V}_k は Lagrange 点上における流速ベクトル、 P_k は Lagrange 点上における圧力である．式 (7) における、Lagrange 点上の物理量の空間勾配は、Lagrange 多項式により算出する．点 k における水平方向の空間勾配を算出

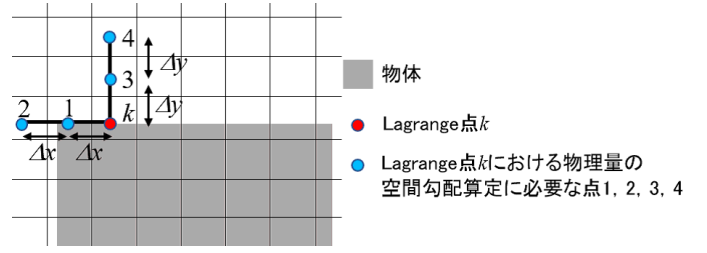


図-1 Lagrange 点 k と Lagrange 補間に用いる補助点

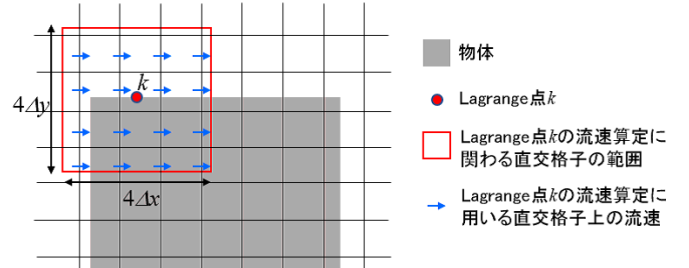


図-2 Lagrange 点上における物理量算定に用いる物理量

する際には、図-1 に示す点 $k, 1, 2$ 上の物理量を用い、鉛直方向の空間勾配を算出する際には、点 $k, 3, 4$ 上の物理量を用いる．ここで用いる点 $k, 1, 2, 3, 4$ 上における物理量は、図-2 に示すように、注目する Lagrange 点を中心とする $4\Delta x \times 4\Delta y$ の領域内に含まれる直角格子上の物理量から式 (8) を用いて算定する．

$$\mathbf{V}_k = \sum D_{ij} \mathbf{V}_{ij} \quad (8)$$

本数値モデルでは以上の計算手法を用いて直角格子上の流速や圧力を求め、流体の挙動を把握する．

4 角を有する物体周りの流れの計算

4.1 一様流中に置かれた角柱周りの流れの計算

本数値モデルにおける角を有する物体周りの流れの再現性を確認するために、一様流中に置かれた角柱周りの計算を行った．角による影響を再現できているかの指標として、剥離による渦の再現性及び抗力について既往の知見との比較検討を行った．計算領域は山南ら⁵⁾の実験条件に従い、図-3 のように設定した．流入境界には一様流速 $U_0 (=0.26\text{m/s})$ を与え、流出境界には Sommerfeld 放射条件を、側方境界には Non-Slip 条件を与えた．計算領域内には長さ $d (=0.01\text{m})$ 、厚み $b (=0.01\text{m})$ の角柱を配置した．レイノルズ数は山南らと同様に $Re = 2600$ とした．角柱の長さに対する計算格子幅 Δx を $d/\Delta x = 16$ 、計算格子幅 Δx に対する Lagrange 点間距離 dk は $dk/\Delta x = 0.5$ として計算を行った．計算時間間隔は $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}[\text{s}]$ とした．計算時間は 2.7 秒とした．

山南らの実験結果では、角柱前縁で剥離した流れは側面に再付着せず、角柱背面で巻き込まれてカルマン渦列

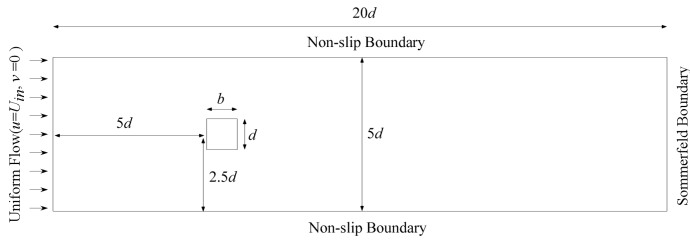


図-3 計算領域と境界条件

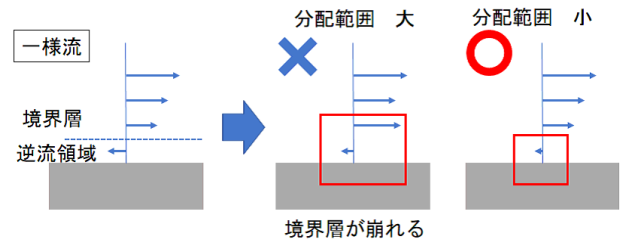


図-5 流れと強制外力の分配範囲の関係

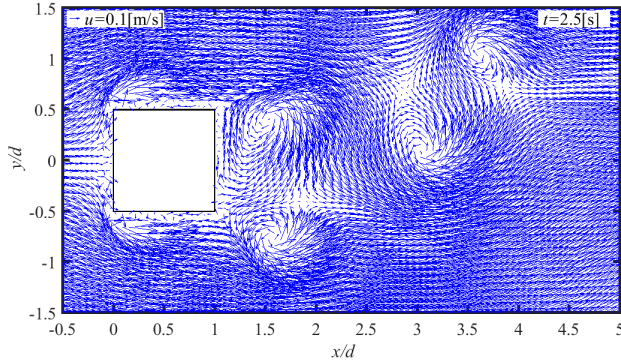


図-4 角柱周りの流れの計算結果

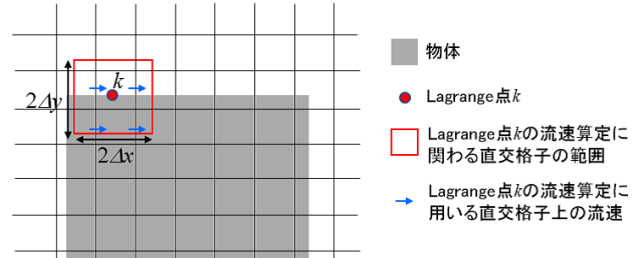


図-6 物理量の補間範囲及び強制外力の分配範囲の変更

を形成することが示されていたが、数値計算結果では図-4のように角柱前縁で剥離した流れの再付着が見られ、カルマン渦列の形成は見られなかった。さらに、角柱前面と背面の表面圧力分布から算出した抗力係数の全時刻平均は $\bar{C}_D = 1.27$ であり、山南らの実験において得られた抗力係数の全時刻平均 $\bar{C}_D = 1.89$ とは差が見られた。以上のことから、本数値モデルでは流れが剥離するような角を有する物体周りの流れを再現できないことが明らかになった。

本数値モデルでは、Lagrange 点上の物理量の算定には Lagrange 点を中心として $4\Delta x \times 4\Delta y$ の範囲に存在する直交格子上的物理量を用いている。しかし、角を有する物体周りの流れでは、流れの剥離によって、境界層も剥離し逆流領域が形成されるため、少しの位置の違いで流れが大きく変化する。そのため、広い範囲の物理量を用いると Lagrange 点上の物理量を正確に見積もれていないことが考えられる。さらに、Lagrange 点上の強制外力を直交格子に分配する際の分配範囲についても、図-5のように範囲が広い場合には逆流領域の物理量を用いて算定した強制外力を境界層まで分配することになり、境界層を再現できないと考えられる。このように、本数値モデルの Lagrange 点上の物理量の補間範囲及び強制外力の分配範囲が角を有する物体周りの流れの計算に適していないと考えた。そこで、Lagrange 点における物理量の補間範囲と強制外力の分配範囲について検討を行った。

4.2 Lagrange 点上の物理量の補間範囲及び強制外力の分配範囲の検討

Lagrange 点における物理量の補間範囲と強制外力の分配範囲を図-6のように Lagrange 点を中心とした $2\Delta x \times 2\Delta y$ に狭め、近傍の4セルから物理量を補間し、その範囲に強制外力を分配した。補間及び分配に用いる D_{ij} は式(4)に代わって、加重平均法を用いて式(9)のように決定した。

$$D_{ij}(x_k, y_k) = \frac{|x_k - x_i|}{\Delta x} \times \frac{|y_k - y_j|}{\Delta y} \quad (9)$$

計算は以下の3ケースについて行った。

- Case1: Lagrange 点上の物理量の補間範囲のみを変更
- Case2: 強制外力の分配範囲のみを変更
- Case3: 補間範囲も分配範囲も変更

なお、前節で行った計算については、今後 case0 と呼ぶこととする。case1 ~ case3 の計算条件は case0 と同様である。

計算結果を表-1に示す。表-1より、Lagrange 点上の物理量の補間範囲のみを変更した場合や強制外力の分配範囲のみを変更した場合にはカルマン渦列の再現は出来なかったが、どちらも変更した場合には図-7のようにカルマン渦列を再現することができ、抗力係数も実験結果と良好に一致した。以上より、角を有する物体周りの流れを計算する際には、Lagrange 点上における物理量の補間範囲及び強制外力の分配範囲を Lagrange 点を中心とした $2\Delta x \times 2\Delta y$ に狭めて計算する必要があることが明らかになった。

表-1 補間範囲及び分配範囲と計算結果

| case | Lagrange 点上の 物理量の補間範囲 | 強制外力の 分配範囲 | 流れの C_D | 流れの 再付着 | カルマン渦 の発生 |
|-------|--------------------------|---------------|--------------|------------|--------------|
| exp | | | 1.89 | × | ○ |
| case0 | 16 セル | 16 セル | 1.27 | ○ | × |
| case1 | 16 セル | 4 セル | 1.45 | ○ | × |
| case2 | 4 セル | 16 セル | 1.38 | ○ | × |
| case3 | 4 セル | 4 セル | 1.92 | × | ○ |

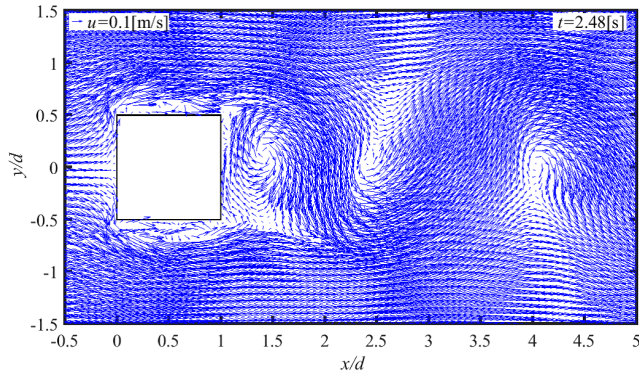


図-7 case3 の計算結果

5 スロッシング発生時の薄板周辺流況の可視化実験

5.1 実験概要

本数値モデルを用いて計算された薄板周りの流れの再現性を確かめる際の比較対象となるデータを得るために、スロッシング発生時の薄板周辺流況の可視化実験を行った。実験では流速を直接計測するのではなく、流れに混入したトレーサーの動きを解析することで流れ場における流速分布を得た。画像解析手法には馬瀬ら⁶⁾の開発した流跡線連結法を用いた。

実験装置の概略図を図-8に示す。実験には長さ0.45m、幅0.20m、高さ0.22mのガラス水槽を用い、水深は0.15mとした。実験には長さ0.90m、幅0.90m、高さ0.70mの振動台を用い、水深を0.15mとした場合の実験水槽の長辺方向の固有振動数である1.3Hzで振動させた。加振振幅は±3mmとした。本実験では加速度が定常となってから約12周期分を撮影した。水中に50 μ mのナイロン粒子をトレーサーとして混入させ、レーザー(LDB2W:(有)ケンテック)を用いて水槽の $y=0$ の xz 断面をシート状に照射させた。レーザーと水槽壁面との距離は0.83mとした。高速度カメラはPhantom Miro 320:Nobby Techを、レンズはAi Micro Nikon 50mm/F1.2S:(株)Nikonを使用した。2.5 $\times 10^{-4}$ mの解像度で撮影した。フレームレートは1/150秒、露光時間は1/150秒として撮影を行った。水槽壁面とカメラとの距離は1.22m、カメラの設置高さは0.93mとした。

5.2 スロッシング発生時の水面変動及び板直上の流速

本紙面では長さ180mm、高さ80mm、厚さ6mmの板を図-9のように水槽中央に1枚の平板を垂直に設置して水槽を図-10のように加振した実験結果を示す。

撮影画像から画像解析によって図-11のような水槽左端・中央・右端における水面変動の時系列変化や、図-12のような板直上における水平流速と鉛直流速の時系列変化が得られた。まず、図-11に示す水面変動では、水槽の左端及び右端では同じような挙動を示し、最大値および最小値は加速度を与えている間に増減せずにはほぼ一定の値をとることが明らかになった。また、水槽の左端や右端では水面が T の周期で変動しているのに対し、水槽中央では $T/2$ の周期で変動しており、1周期の間に大きいピークと小さいピークが見られた。

図-12に示す板直上における流速については、水平流速 u は正方向と負方向の周期的な変化を繰り返すが、鉛直流速 v は上向き流速が卓越していることが分かる。これは板の端部で流れが剥離することに起因すると考えられる。鉛直流速 v は1周期の間に上向き方向に2回のピークを示した。この鉛直流速 v のピークをとる位相と図-11における水槽中央の水面変動のピークをとる位相は概ね一致しており、板直上の鉛直流速が水面変動に影響を及ぼしていることが考えられる。

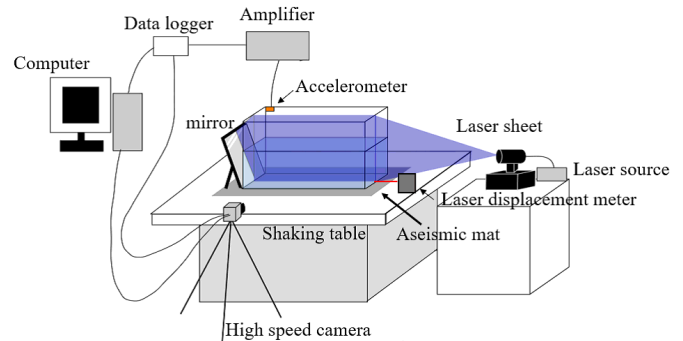


図-8 実験装置の概略図

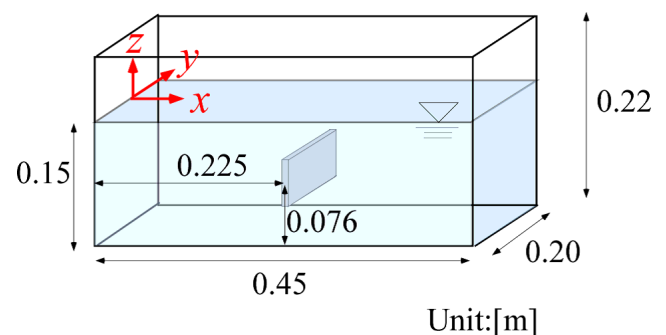


図-9 板の設置条件

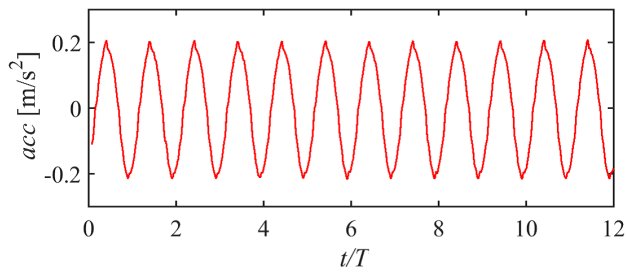


図-10 撮影期間中の振動加速度

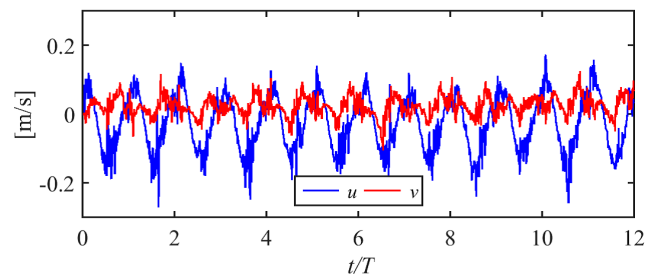


図-12 板直上における水平流速と鉛直流速

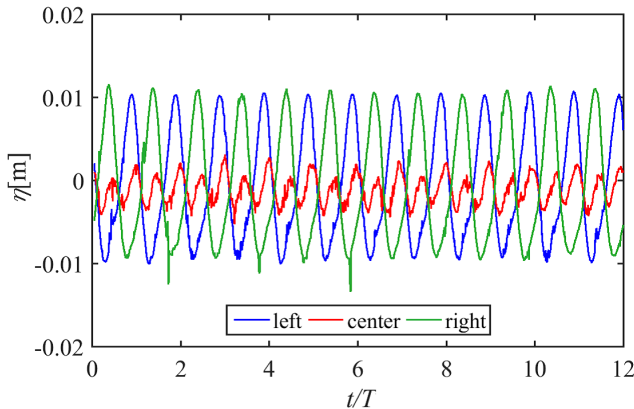


図-11 水槽左端・中央・右端における水面変動

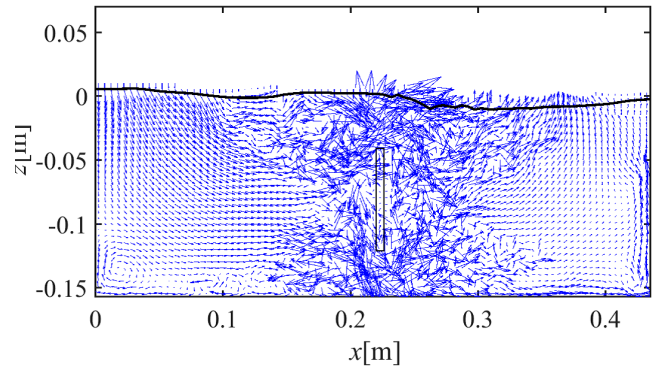


図-13 スロッシング発生時における薄板周りの流れの計算結果

6 スロッシング発生時の薄板周りの流れの数値計算

6.1 計算条件と計算結果

本数値モデルによるスロッシング発生時の薄板周りの流れの再現性について検討するために、可視化実験の再現計算を行った。計算領域や水深などの条件は実験と同様にした。実験で計測された加速度の相対加速度を外力項に導入することで加振を表現した。格子解像度や Lagrange 点間距離、計算時間間隔は一樣流中に置かれた角柱周りの流れと同様に、板の長さに対する計算格子幅 Δx を $d/\Delta x = 16$ 、計算格子幅 Δx に対する Lagrange 点間距離 dk は $dk/\Delta x = 0.5$ として計算を行った。水槽底面及び壁面境界条件には Nonslip 条件を用いた。角を有する物体周りの流れを計算する際には Lagrange 点上の物理量の補間範囲および強制外力の分配範囲が Lagrange 点を中心とした上下左右の 4 セルが最適ということが明らかになったため、補間範囲、分配範囲ともに 4 セルとして計算を行った。

計算開始から 25 秒後の流速ベクトル図を図-13 に示す。図-13 より、板の周りの流れが大きく乱れて発散しており、一樣流中に置かれた角柱周りの流れの計算と同様の手法では薄板周りの流れを再現できないことが明らかになった。

6.2 強制外力の分配範囲の再検討

一樣流中に置かれた角を有する物体周りの流れでは境界層が剥離することによって物体直上で逆流領域が存在

するが、スロッシング場に置かれた角を有する物体周りの流れでは、流れは剥離するが再付着によって逆流領域は発生しない。そのため、強制外力の分配範囲は狭める必要がないと考えられる。また、強制外力を分配した範囲では物体表面で流速を 0 にするために、Lagrange 点上付近の直交格子上の流速が抑えられる。しかし加速度を与えている場合、強制外力を受けていない地点では加速度の影響で慣性力が大きくなるため、流速も大きくなる。それによって図-14 のように狭い範囲に強く強制外力を分配した場合、強制外力を分配されたセルに隣接する強制外力の分配範囲外の格子上では速度勾配が大きくなる。速度勾配は流速に影響するため、強制外力の分配されていないセルでは流速が周りに比べて大きくなり、その影響が伝播することで乱れが生じ発散に至ったと考えられる。

そこで、加速度を与えてスロッシングの計算をする際には強制外力を広範囲に滑らかに分配する必要があると考え、強制外力の分配範囲を Lagrange 点を中心とした $4\Delta x \times 4\Delta y$ の 16 セル、 $6\Delta x \times 6\Delta y$ の 36 セル、 $8\Delta x \times 8\Delta y$ の 64 セルに拡大した計算を行った。その結果、式 (10) を用いて強制外力を $8\Delta x \times 8\Delta y$ の 64 セルに分配した計算では図-15 のように発散することなく計算することができた。

$$D_{ij}(x_k, y_k) = \frac{1}{256} \left(4 - \frac{|x_k - x_i|}{\Delta x}\right) \left(4 - \frac{|y_k - y_j|}{\Delta y}\right) \quad (10)$$

6.3 実験結果との比較

Lagrange 点間距離を $dk/dx = 0.5, 0.2, 0.1$ と変化させて行った計算のうち、最も実験結果と近い値を示した

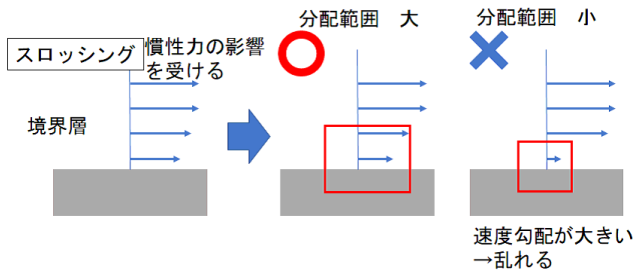


図-14 流れと強制外力の分配範囲の関係

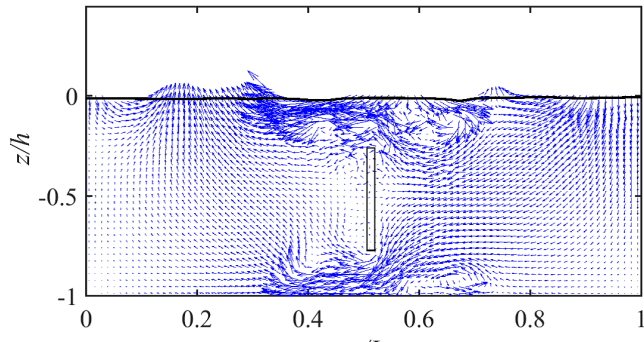


図-15 強制外力項を 64 セルに分配した場合の計算結果

$dk/dx = 0.1$ の結果について以下に示す．実験と計算によって得られた水槽左端における水面変動を図-16に示す．図-16より，水面変動の最大値及び最小値はほとんど一致している．しかし，計算結果では大きなピークと小さなピークが存在しており，実験とは異なる挙動が見られた．次に，板の上端における水平流速を図-17に，鉛直流速を図-18に示す．図-17より，板の上端における水平流速は実験結果と計算結果が概ね一致していると言えるが，図-18より鉛直流速は一致している位相もあれば一致していない位相も見られる．実験では1周期の間に2回のピークがあり，計算結果でも2回のピークは再現できているが，図-18よりピーク間の谷の部分再現できていないと言える．実験から板直上の鉛直流速が水面変動に影響を及ぼすことが明らかになっているため，今回の計算で水面変動が実験結果と異なる挙動を示したのは板直上の鉛直流速をうまく再現できていない点が原因だと考えられる．

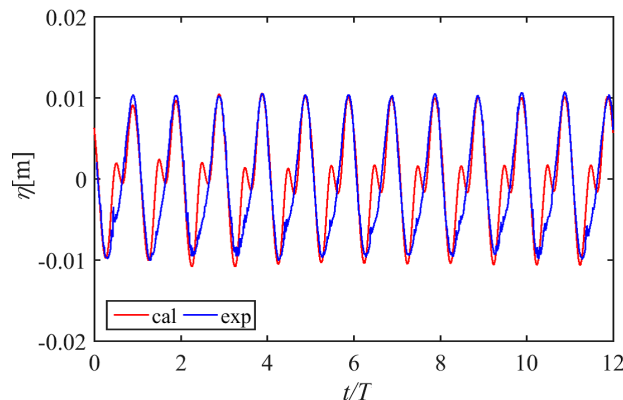


図-16 水槽左端における水面変動

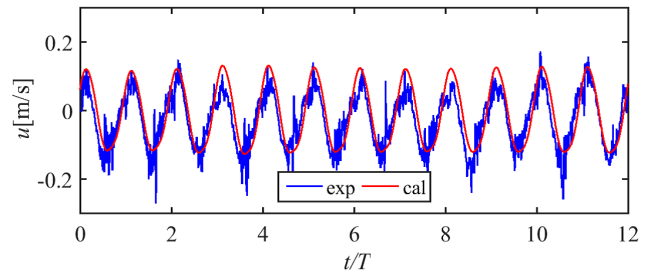


図-17 板の上端における水平流速

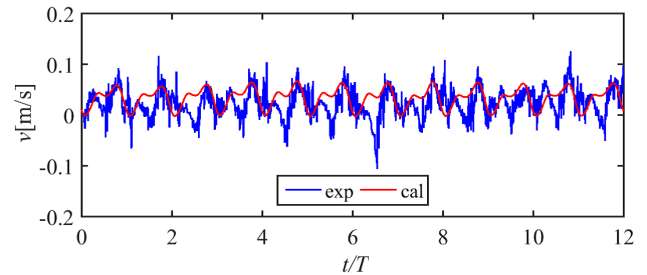


図-18 板の上端における鉛直流速

7 まとめ

本研究では，スロッシング発生時の薄板周辺流況を計算するためにIB法の改良を行った．一様流中に置かれた角を有する物体周りの流れの計算や，スロッシング発生時の薄板周辺流況の可視化実験，その再現計算を行い，以下のことが明らかになった．

1. Lagrange 点上の物理量の補間範囲および強制外力の分配範囲を狭めることで一様流中に置かれた角を有する物体周りの流れを再現できるようになった．
2. スロッシング発生時における薄板周辺流況の可視化実験により，板直上の鉛直流速が水面変動に影響を及ぼすことが明らかになった．
3. 強制外力の分配範囲を広げることによりスロッシング発生時の薄板周りの流れについてある程度は再現できるようになった．
4. 本手法を用いて角を有する物体周りの流れを計算する際には，剥離による逆流領域の有無によって強制外力の分配範囲を変える必要があることが明らかになった．

参考文献

- 1) 平井正裕, 藤田聡, 小見俊夫, 皆川佳祐: スロッシングによる浄水場沈殿池の被害と長周期地震動の影響, 機械力学・計測制御講演論文集, pp. 204.1-204.5, 2014.
- 2) 田邊礼佳: スロッシング発生時に傾斜板群に作用する流体力に関する研究, 大阪市立大学, 2017.
- 3) A.L.F. Lima E Silva, A. Silveira-Neto, J.J.R. Damasceno: Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method, Journal of Computational Physics, Vol. 189, pp. 351-370, 2003.
- 4) 竹岡佑介: 多孔質体通過流れにおける固体・流体間相互作用に関する数値流体力学的研究, 大阪市立大学大学院, 2012.
- 5) 山南秀希, 上脇崇弘, 千田衛, 稲岡恭二: PIV 計測に基づく長方形柱まわりの流動構造と圧力場解析, 日本機械学会関西支部講演会講演論文集, No. 89, pp. 9-4, 20014.
- 6) 馬瀬慎也, 中條壯大, 重松孝昌: 流跡線連結法を用いた浮上粒子周りの3次元流体運動計測, 混相流, 24巻, 5号, pp. 665-672, 2011.