二層立体トラス平板の面内および面外せん断有効強度

EFFECTIVE IN-PLANE AND OUT-OF-PLANE SHEAR STRENGTH OF DOUBLE LAYER GRIDS

建築構造学分野 田中壱成 Structural Engineering Issei TANAKA

二層立体トラス平板は、軽量、高剛性という利点と優れた意匠性から大スパンの屋根構造として多 く利用されてきたため、面外曲げに対する既往研究が多い。本研究では、壁面として利用された場 合のせん断力に対する力学性状を大掴みに把握するための連続体的解法によるせん断有効強度を 節点がピン節と剛節の場合のものを算出した。線形座屈解析による解析結果と既往の面内せん断加 力実験による強度を有効強度と比較し、その有用性を確認した。

Double layer grids have been widely used as roof structures of large spans due to the advantages of lightweight, high rigidity and excellent design, so many previous studies on out-of-plane bending have been made. In this study, effective shear strength by continuous solution method for grasping the mechanical properties against shear force when used as a wall surface was calculated for cases where the nodes are pin joints and rigid joints. Analysis result by linear buckling analysis and strength by the past in-plane shear loading test were compared with effective strength and its usefulness was confirmed.

1. 序

二層立体トラス平板を大スパンの屋根構造として用 いた場合に生じる面外曲げに対する力学性状の研究は 数多く存在する。しかし、壁面として用いられた場合 には、地震力による面内せん断力が作用するが、せん 断に対する力学性状の研究は乏しい。自身の卒業論文 では、二層立体トラス平板の上下弦面の網目の違いに 着目し、面内せん断力に対する解析を行ったが、境界 条件の影響による脆弱性や大掴みに耐力を算定する手 際の悪さといった問題点があった。

そこで、本研究では二層立体トラス平板の面内およ び面外せん断有効強度を算出する。有効強度を「全体 的座屈変形のない、複合材の巨視的な強度を連続体形 式で表現したもの」という定義とする。二層立体トラ ス平板の同じ構造ユニットが連結して組み立てられる 繰り返し性に着目して、一様な応力状態に対する性状 を連続体形式で表示し、力学性状を巨視的に把握する 連続体的解法を用いる。面内せん断力 N¹²(=N²¹)と面



図 1.1 等価断面力

外せん断力 Q¹,Q²について算出した有効強度を FEM に よる線形座屈解析の結果、面内せん断加力実験との結 果と比較し、その有用性を確認する。

2. 計算モデル

上下弦面の網目には4種類あり、正方形(S)三角形(T) 六角形(H)三角形+六角形(TH)である。ピン節の有効強 度は、これらの組み合わせによる全7種類の二層立体 トラス平板を、剛節は図2.1の上段の2種類を対象と



図 2.1 計算対象モデル

3. ピン節二層立体トラス平板のせん断有効強度

各モデルにおいて、一構造ユニットに等価断面力が 作用した際に生じる部材軸力と等価断面力の関係式を 求めた(s=sin θ ,c=cos θ)。その式のうち、面内せん断力 N^{12} と面外せん断力 Q^1,Q^2 が関与する部材軸力に着目 し、下限値を座屈または圧縮降伏耐力、上限値を引張 降伏耐力とした不等式を計算し、有効強度を算出した。 以下に各モデルの一構造ユニット、部材軸力と等価断 面力の関係式ならびに有効強度を列記する。算定に用 いた部材諸元は表 3.1 である。なお有効強度において、 赤文字は座屈耐力を、黒文字は降伏耐力を示している。

表 3.1 部材諸元

ウェブ材角度 θ(゜)	45
構造ユニット長さ Q(mm)	3000
ヤング係数 E(N/mm ²)	205000
断面二次モーメント I (mm ⁴)	743801.65
断面積 A(mm ²)	1000
降伏応力度 σy(N/mm ²)	325

3.1 "正方形+正方形"型(S-S)



図 3.1 S-S 一構造ユニット



図 3.2 S-S 有効強度

3.2 "菱形+正方形"型(D-S) → $x_1^{uN_2}$ **≯**хı uN l uNt LN1 LN2 wN_2 wN3 wN4 wN3 wN_1 LN2 $_{\rm u}{
m N}_{
m 1}$ wN4 LN3 LN4 LN3 LN4 図 3.3 D-S 一構造ユニット $_{u}N_{1}$ 0 -1/h 0 0 0r 1/2 0 0 $\begin{array}{cccc} \sqrt{2}/4 & 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2h & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & -1/4 \end{array}$ $_LN_1$ 0 0 0 $\lceil N^{11} \rceil$ $_{u}N_{2}$ 0 -1/h 0 00 N²² $_LN_2$ $|| N^{12}$ $\sqrt{2}/4 \ 0 \ \sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2h \ 0 \ 0 \ 0$ 0 M^{11} $_LN_3$ $\sqrt{2}/4 \ 0 \ -\sqrt{2}/2 \ \sqrt{2}/2h$ 0 0 0 0 = l M^{22} $_LN_4$ $\sqrt{2}/4 \ 0$ $\sqrt{2}/2 \sqrt{2}/2h$ M²² M¹² 0 0 0 0 $_{w}N_{1}$ 0 1/s 0 0 0 0 0 0 Q^1 $_{w}N_{2}$ 0 0 0 0 0 0 0 1/s $\left| \left[\begin{array}{c} Q^2 \end{array} \right] \right|$ 0 0 0 $0 \quad 0 - 1/s \quad 0$ $_{w}N_{3}$ 0 0 0 0 0 $0 \ 0 \ 0 \ -1/s$ wN₄. Q²(N/mm) N¹²(N/mm) 76.6 ウェブ 153.2 ウェブ 76.6 下弦材 Q1(N/mm) 図 3.4 D-S 有効強度 3.3 "正三角形+正三角形"型(T-T) →x1 wN: LN2 LN1 uN3 uN3 LN2 wN2 uΝ LN uN wN3 N_2 uN2 ιÑ

図 3.5 T-T 一構造ユニット

$ \begin{array}{c} {}^{uN_2}\\ {}^{uN_2}\\ {}^{LN_2}\\ {}^{uN_3}\\ {}^{uN_3}\\ {}^{uN_3}\\ {}^{wN_1}\\ {}^{wN_2}\\ {}^{N}\\ {}^{N}$	$N^{22} \\ N^{12} \\ M^{11} \\ M^{22} \\ M^{12} \\ Q^{1} \\ Q^{2} \\ Q^{2}$	22 12 11 22 12 1 2	
---	---	--------------------------------------	--





4. 剛節二層立体トラス平板のせん断有効強度

2章のモデルのうち S-S 型と D-S 型について、面内 せん断力 N¹²(=N²¹)と面外せん断力 Q¹,Q²に対する個材 座屈で定まる剛節の有効強度を算出する。

4.1 "正方形+正方形"型(S-S)





図 4.1 のように 8 本の部材と 2 個の節点(A,B)からな る構造要素を一構造ユニットとする。節点変位として、 節点回転角を考慮すると変位自由度は 6 個となり、変 位 {u}と荷重 {P}を式(4.1),(4.2)と置く。

 いての基礎方程式を差分表示すると、式(4.3)となる。

$$\begin{split} [K] \{ \Delta u \} &= \{ \Delta P \} \cdots (4.3) \\ [K] &= \begin{bmatrix} K_1^c & K_4 & K_5 & K_6 & K_7 & K_8 \\ K_4 & K_2^c & K_9 & K_7 & K_6 & K_{10} \\ K_5 & K_9 & K_3^c & K_8 & K_{10} & K_{11} \\ K_6' & K_7' & K_8' & K_1^c & K_4 & K_5 \\ K_7' & K_6' & K_{10} & K_{11} & K_5 & K_9 & K_3^c \end{bmatrix} \\ K_1^c &= \frac{EI}{\ell} \{ 2\alpha_c + \beta_c (E_2 + E_2^{-1}) + \frac{1}{1 + \nu} (2 - E_1 - E_1^{-1}) \} \\ &+ \frac{2EI_w}{\ell_w} \{ \frac{\cos^2 \theta}{1 + \nu} + \frac{1}{4} (\sin^2 \theta + 1) (\alpha_{w1} + \alpha_{w2} + \alpha_{w3} + \alpha_{w4}) \} \\ K_2^c &= \frac{EI}{\ell} \{ 2\alpha_c + \beta_c (E_1 + E_1^{-1}) + \frac{1}{1 + \nu} (2 - E_2 - E_2^{-1}) \} \\ &+ \frac{2EI_w}{\ell_w} \{ \frac{\cos^2 \theta}{1 + \nu} + \frac{1}{4} (\sin^2 \theta + 1) (\alpha_{w1} + \alpha_{w2} + \alpha_{w3} + \alpha_{w4}) \} \\ K_5^c &= \frac{EI}{\ell} \{ 4\alpha_c + \beta_c (E_1 + E_1^{-1} + E_2 + E_2^{-1}) \} \\ &+ \frac{4EI_w}{\ell_w} \{ \frac{\sin^2 \theta}{1 + \nu} + \frac{1}{4} \cos^2 \theta (\alpha_{w1} + \alpha_{w2} + \alpha_{w3} + \alpha_{w4}) \} \\ K_4 &= \frac{EI_w}{2\ell_w} (\sin^2 \theta - 1) (\alpha_{w1} - \alpha_{w2} + \alpha_{w3} - \alpha_{w4}) \\ K_5 &= \frac{EI_w}{\sqrt{2}\ell_w} \sin \theta \cos \theta (\alpha_{w1} + \alpha_{w2} - \alpha_{w3} - \alpha_{w4}) \\ K_6 &= \frac{EI_w}{2\ell_w} \Big(-\frac{\cos^2 \theta}{1 + \nu} (1 + E_2^{-1} + E_1^{-1}E_2^{-1} + E_1^{-1}) \Big) \end{split}$$

+
$$(\sin^2\theta + 1)(\beta_{w1} + \beta_{w2}E_2^{-1} + \beta_{w3}E_1^{-1}E_2^{-1} + \beta_{w4}E_1^{-1})$$

$$K_7 = \frac{EI_w}{2\ell_w} \left\{ -\frac{\cos^{2}\theta}{1+\nu} \left(1 - E_2^{-1} + E_1^{-1}E_2^{-1} - E_1^{-1}\right) \right\}$$

+
$$(\sin^2\theta - 1)(\beta_{w1} - \beta_{w2}E_2^{-1} + \beta_{w3}E_1^{-1}E_2^{-1} - \beta_{w4}E_1^{-1})$$

$$\begin{split} K_8 &= \frac{EI_w}{\sqrt{2}\,\ell_w}\sin\theta\cos\theta\left\{\frac{1}{1+\nu}(1+E_2^{-1}-E_1^{-1}E_2^{-1}-E_1^{-1})\right.\\ &\quad + (\beta_{w1}+\beta_{w2}E_2^{-1}-\beta_{w3}E_1^{-1}E_2^{-1}-\beta_{w4}E_1^{-1})\right\}\\ K_9 &= \frac{EI_w}{\sqrt{2}\,\ell_w}\sin\theta\cos\theta\left(\alpha_{w1}-\alpha_{w2}-\alpha_{w3}+\alpha_{w4}\right)\\ K_{10} &= \frac{EI_w}{\sqrt{2}\,\ell_w}\sin\theta\cos\theta\left\{\frac{1}{1+\nu}\left(1-E_2^{-1}-E_1^{-1}E_2^{-1}+E_1^{-1}\right)\right.\\ &\quad + (\beta_{w1}-\beta_{w2}E_2^{-1}-\beta_{w3}E_1^{-1}E_2^{-1}+\beta_{w4}E_1^{-1})\right\}\\ K_{11} &= \frac{EI_w}{\ell_w}\left\{-\frac{\sin^{-2}\theta}{1+\nu}\left(1+E_2^{-1}+E_1^{-1}E_2^{-1}+E_1^{-1}\right)\right. \end{split}$$

+ cos ²
$$\theta$$
 ($\beta_{w1} + \beta_{w2}E_2^{-1} + \beta_{w3}E_1^{-1}E_2^{-1} + \beta_{w4}E_1^{-1}$)

K'; Kのずらし演算子異符号 表 4.1 安定関数

<i>E</i> ₁ , <i>E</i> ₂ ;ずらし演算子	Ν	N>0	0	N<0
E;ヤング係数	Z	$\frac{N\ell^2}{EL}$	0	$-\frac{N\ell^2}{EL}$
<i>I,I</i> w;弦材,ウェブ材		√ ^{EI}		N ^{EI}
断面二次モーメント	α	$\frac{Z \sinh Z - Z^2 \cosh Z}{2 \cosh Z - 2 - Z \sinh Z}$	4	$\frac{Z\sin Z - Z^2\cos Z}{2 - 2\cos Z - Z\sin Z}$
ν;ポアソン比		$Z^2 - Z \sinh Z$		$Z^2 - Z \sin Z$
<i>α,β</i> ;安定関数	β	$2\cosh Z - 2 - Z\sinh Z$	2	$\frac{1}{2-2\cos Z - Z\sin Z}$

この係数行列[K]のずらし演算子に図4.2の構造ユニット間のモード仮定より1または-1を代入し、その行列式を零とする荷重の中で最小の値が座屈荷重である。



ここで、Jの値は部材のねじり剛性の有無を表し、J=1,0 でそれぞれ有、無を意味する。縦軸を面内せん断力 N^{12} 横軸を面外せん断力 Q^1 のオイラー座屈軸力比とした 有効強度が図 4.3 である。ねじり剛性の有無にかかわ らず、座屈モード I の耐力が下回り有効強度が定まる。 図 4.4 に Q^2 についても考慮した有効強度を示す。



図 4.4 座屈モード I J=1 有効強度



D-S型は10本の部材と3個の節点(A,B,C)からなる 構造要素を一構造ユニットとする。この二層立体トラ ス平板では、座屈モードに「不安定な高次変形」に対 応するモードが現れる可能性があるため、節点回転角 だけでなく節点移動も考慮する必要がある。したがっ て、変位自由度は18個となり、前節と同じように基礎 方程式から座屈方程式を誘導し、最も小さくなる座屈 荷重を算出する。



 下弦材
 ウェブ材

 図 4.6 座屈モード皿
 $E_1 = -1, E_2 = -1$



図 4.7 Q² = 0 有効強度

座屈モード仮定の内、座屈モードIIIの耐力が最も小さ く有効強度が定まる。D-S 型は図 4.7 の一点鎖線より も N^{12} 側で下弦材が、 Q^1 側でウェブ材が座屈する。 N^{12} 側での座屈は下弦材における仮定と同じモードであっ たが、 Q^1 側では四角錐が交互に回転する「不安定な高 次変形」に対応するモードが現れた。



図 4.8 座屈モード

座屈モードⅢにおいて、不安定な高次変形と上弦節点の回転を拘束した際の有効強度を図 4.9 に示す。また図 4.10 に Q²についても考慮した有効強度を示す。



図 4.10 座屈モードⅢ J=1 有効強度

5. 解析結果・実験結果との比較

4 章において算出した有効強度の有効性を確認する ため、FEM による線形座屈解析による結果ならびに既 往の面内せん断加力実験^{2),3)}の結果と有効強度を比較 する。



表 5.1 S-S 解析結果との比較

	座屈荷重(kN)	座屈部材軸力(kN)	オイラー軸力比
解析結果	4218	447.41	2.6757
有効強度	4410.609399	441.0609399	2.637730144
差(%)	104.5663679	98.58093023	

表 5.2 D-S 解析結果との比較

-			
	座屈荷重(kN)	座屈部材軸力(kN)	オイラー軸力比
解析結果	9138	653.6	1.954
有効強度	9165.909764	648.127695	1.938038266
差(%)	100.3054253	99.16274403	

5.2 面内せん断加力実験

D-S 型の実験では、弾塑性座屈が起きているため、 式(5.1),(5.2)より有効強度での線形座屈荷重から弾塑 性座屈荷重を算定し、比較を行った。表 5.3,5.4 内の() は有効強度に適用する。

表 5.3 S-S 実験結果との比較

	(線形)座屈荷重(kN)	(座屈)部材軸力(kN)	オイラー軸力比
実験結果	338	112.6666	2.250437033
有効強度	396.1684988	132.0561663	2.637730144
差(%)	117.209615	117.2096844	

$\Lambda_s = $	$\frac{p^{pl}}{\alpha_0 p_{cr}^{lin}} \cdots (5.1)$
$p_{cr} = \cdot$	$\frac{1 - 0.24\Lambda_s^2}{1 + \frac{4}{15}\Lambda_s^2} p^{pl} \cdots (5.2)$

Λ_s; 正規化細長比
 p^{pl}; 降伏荷重
 α₀; 弾性座屈低減係数 0.5
 p^{lin}; 線形座屈荷重
 p_{cr}; 弾塑性座屈荷重

表 5.4 D-S 実験結果との比較

	(弾塑性)座屈荷重(kN)	(座屈)部材軸力(kN)	オイラー軸力比
実験結果	250.5	59.0434	0.360900626
有効強度	275.3819661	317.0633697	1.938038266
差(%)	109.9329206	537.0005279	

6. 結

本研究では、節点がピン節と剛節の場合の二層立体 トラス平板の面内および面外せん断有効強度を連続体 的解法により算出した。ピン節では、等価断面力と部 材軸力との関係性が明らかになり、強度面の構成が確 認できた。剛節では、生じる座屈モードと耐力性状の 把握ができ、解析結果と実験結果との比較により、有 効強度の有効性を確認した。

参考文献

- 日置興一郎:個材の弾性座屈で定まる剛節ラチス構造の有効強度,日本建築学会論文報告集,第325号,pp.1-8,1983.3
- (2) 大久保昌治,石川浩一郎,檜山裕次郎,藤本効:アルミニウム 合金製システムトラスを用いた二層立体ラチス平板の面内せ ん断試験,日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), pp.959-960,
 ¹² 2000.9
- (3) 宮澤良,山下哲郎,石川浩一郎:二層斜交立体トラス耐震壁の 繰り返しせん断加力実験,日本建築学会技術報告集,第24巻, 第58号,pp.999-1004,2018.10

(4) 日本建築学会: ラチスシェル屋根構造設計指針, 2016.11