

# モード減衰比の違いに着目した初期変位付与型 TMD 設計式の提案と アーチ構造への適用に関する研究

建築構造学分野

西山 秀司

## Abstract

パッシブ型の制振装置である TMD(Tuned Mass Damper:動吸振器)には過渡応答初期には制振効果が発現されにくいという弱点がある。そこで、TMD にあらかじめ初期変位を与えて応答初期から TMD を強制的に振動させる方法が考えられた。既往の研究では、うなりが生じるように初期変位を調節し、その包絡線の振幅が小さくなる領域をコントロールし応答初期から制振効果を得ていたが、逆に一定の時間経過後の応答が大きくなるというデメリットも存在した。本研究ではうなりの発生しない TMD 減衰比の大きい領域で制振効果に優れた初期変位付与型 TMD の設計式を提案し、その制振効果を確認する。また、多自由度系アーチ構造へも初期変位付与型 TMD が有効に作用することを示し、実際の平板モデルを用いた実験においても制振効果が得られることを確認した。

## 1. 序

TMD は、重り、ばね、ダンパーで構成され、その固有振動数を構造物に同調させて大きく振動させ、重りの運動エネルギーとして吸収することによってエネルギーを消散するパッシブ型の振動制御手法である。しかし、TMD は重りが安定した振動状態となるまで制振効果が発現されないため、応答の初期における制振効果はあまり期待できない。そこで TMD にあらかじめ初期変位を与えることにより応答の初期から強制的に TMD の振幅を大きくし、弱点であった過渡応答初期の制振効果を向上する手法が提案された。既往の解析的研究<sup>1)</sup>および平板モデル実験<sup>2)</sup>を行った際に用いた同調比と減衰比に関する最適設計パラメータは調和外力に対する最適化パラメータであるが、この手法は、固有振動数の近接した二つの振動モードが応答の時刻歴で重畳することによって生じるうなりの包絡線の振幅が徐々に小さくなる領域を初期変位の大きさにコントロールすることにより過渡応答初期の応答低減効果を高めるといえる。しかし、その場合は応答初期においては高い制振効果が発揮されるが、TMD の初期変位を大きくしていくと、うなりの固有周期に対応する一定の時間経過後の応答は逆に大きくなってしまいうなりというデメリットが存在する。

そこで本研究では TMD の減衰比の違いによる振動性状を確認し、うなりの発生しない TMD 減衰比の大きい領域での制振効果に優れた初期変位付与型 TMD の設計式を提案し、その制振効果を確認する。また、

より複雑な制振設計の考え方が必要となる多自由度系の例としてアーチ構造を用い、初期変位付与型 TMD を多自由度系に適用する設計手法を示し、制振効果を確認する。さらに、小規模な平板モデルに TMD を取り付け、インパルスを与える実験を行うことで実際の振動性状も確認した。

## 2. 自由度系モデルを用いた設計パラメータの提案とその制振効果

### 2.1 TMD の設計パラメータ

TMD は質量 $m_T$ 、減衰係数 $c_T$ 、ばね定数 $k_T$ の3要素からなるが、それぞれに無次元化をし、質量比 $\mu$  (構造物の質量 $m_S$ に対する TMD の質量 $m_T$ の比)、減衰比 $\xi_T$  (ダッシュポットの減衰定数)、同調比 $\gamma$  (構造物の固有振動数 $\omega_S$ に対する TMD の固有振動数 $\omega_T$ の比)をパラメータとする<sup>3)</sup>。

$$(1) \mu = \frac{m_T}{m_S}, \quad (2) \gamma = \frac{\omega_T}{\omega_S}, \quad (3) \xi_T = \frac{c_T}{2m_T\omega_T}$$

自由振動と調和地盤振動に対する最適パラメータをそれぞれ以下の式(4.a.b) (5.a.b)に示す。

$$\gamma_{opt} = \frac{1}{1+\mu}, \quad (\xi_T)_{opt} = \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \quad (4.a.b)$$

$$\gamma_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}}, \quad (\xi_T)_{opt} = \sqrt{\frac{3}{8} \frac{\mu}{1+\mu/2}} \quad (5.a.b)$$

既往の TMD 初期変位に関する設計式は、調和地盤振動に対する最適化パラメータである(5.a.b)式を利用し、

質量比 $\mu = 2.0\%$ のときに以下の式(6)で表される<sup>1)</sup>

$$y_0 = -11.1 \times \frac{\dot{x}_0}{\omega_a} \quad (6)$$

$\dot{x}_0$ : TMD 設置位置での応答初期速度

$\omega_a$ : 主振動系と TMD の固有円振動数の平均値

## 2.2 TMD 減衰比の違いによる振動性状

構造物に TMD を取り付けた 2 自由度系モデルを以下の図 1 に示すようにモデル化する。

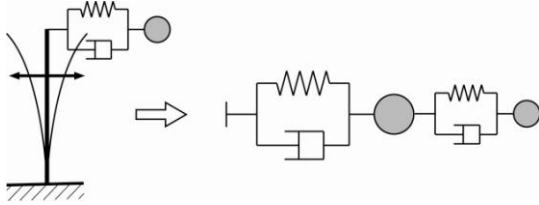


図 1 2 自由度系解析モデル

主振動系の質量 $m_s$ を 1.0kg、バネ剛性 $k_s$ を 100.0N/m、固有振動数 $f_s$ は 1.592Hz、質量比 $\mu$ を 2.0%として自由振動に対する最適同調比 $\gamma_{opt} = 0.98$ を用いたときの複素固有値解析を行った結果を図 2 に示す。

図 2 の A 点は、式(4,a,b)を用いて計算した最適減衰比 $(\xi_T)_{opt} = 0.140$ のとき、B の点▲と×は式(5,a,b)を用いて計算した $\xi_T < (\xi_T)_{opt}$ のとき、C 点は $\xi_T > (\xi_T)_{opt}$ のときを表しており、B 点と C 点での振動性状を確認するため主振動系に 0.00 秒から 0.01 秒に 100.0N でインパルスを与えて時刻歴応答解析結果を行った結果を図 3~4 に示す。

B 点では図 2(b)に示すように 2 つの異なる固有振動数を持つ振動モードが応答の時刻歴で重畳し、うな

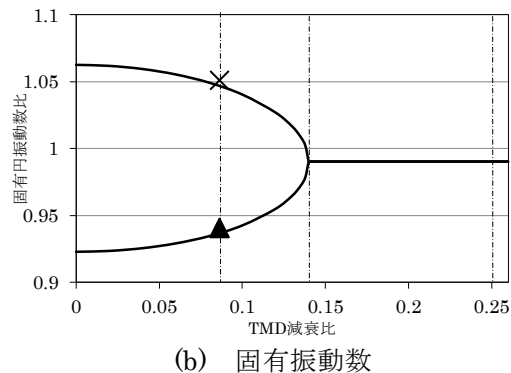
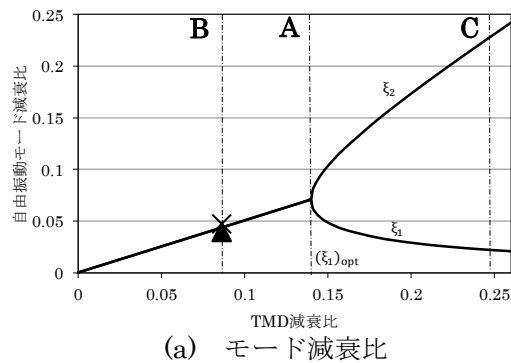


図 2 TMD 減衰比に対する自由振動モード減衰比と固有振動数の関係

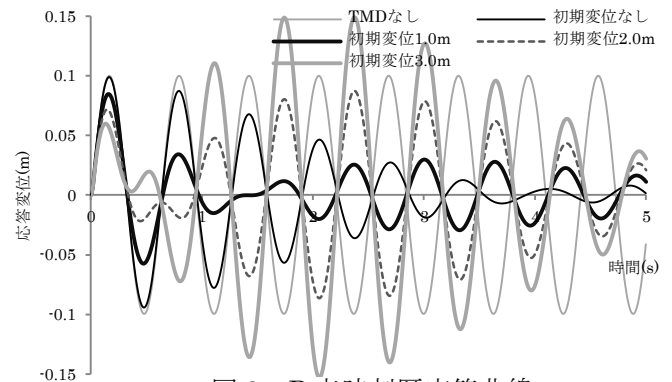


図 3 B 点時刻歴応答曲線

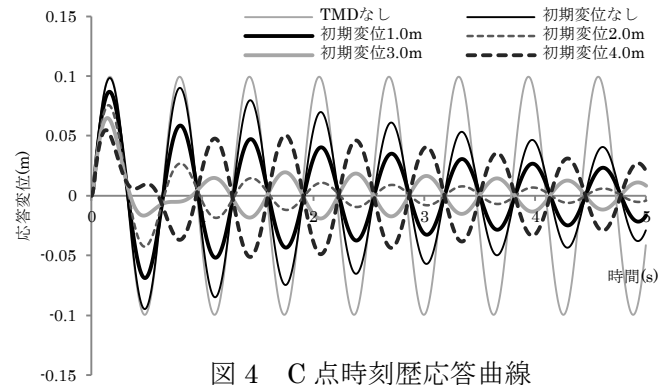


図 4 C 点時刻歴応答曲線

りが発生しているため、初期変位を大きくすると後の応答が大きくなってしまふのがわかる。C 点のような $\xi_T > (\xi_T)_{opt}$ となる領域でモード減衰の大きな 2 次モードの振動を選択できればより応答が抑えられるのではないかと考えられる。

## 2.3 モード減衰比の違いを利用した設計式の提案

主振動系の変位を $x(t)$ 、主振動系に対する TMD の相対変位を $y(t)$ とすると、減衰比が A 点よりも大きく、初期条件 $\dot{x}_0 \neq 0, y_0 \neq 0, x_0 = \dot{y}_0 = 0$ のときのインパルス応答は以下の式(7)で与えられる<sup>4)</sup>

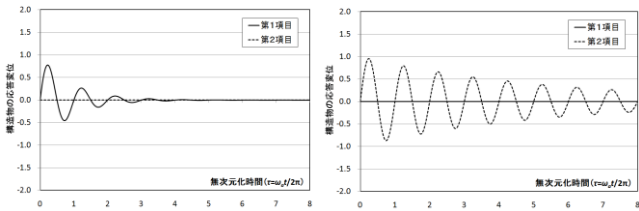
$$x(t) = \frac{\sin(\omega_a t)}{2\delta} \left\{ \left[ -\mu y_0 + (-\xi_T + \delta) \frac{\dot{x}_0}{\omega_a} \right] \exp \left[ \frac{-\xi_T - \delta}{2} \omega_a t \right] + \left[ \mu y_0 + (\xi_T + \delta) \frac{\dot{x}_0}{\omega_a} \right] \exp \left[ \frac{-\xi_T + \delta}{2} \omega_a t \right] \right\} \quad (7)$$

(ただし、 $\delta \equiv \sqrt{\xi_T^2 - \mu}$ )

式(7)の第 1 項はモード減衰比の大きい 2 次モードに、第 2 項はモード減衰比の小さい 1 次モードに対応している。このとき、TMD の初期変位 $y_0$ の設定値により、1 次モードと 2 次モードの振幅と正負を変化させることができる。以下の式(8)と式(9)の TMD 初期変位に関する式で、それぞれ 1 次モードまたは 2 次モードの応答を 0 とすることが可能となる。

$$y_0^* = -\frac{(\xi_T + \delta)}{\mu \omega_a} \dot{x}_0 \quad (8) \quad , \quad y_0^{**} = \frac{(-\xi_T + \delta)}{\mu \omega_a} \dot{x}_0 \quad (9)$$

式(8)および式(9)の初期変位を与えたときの時刻歴応答曲線を以下の図 5(a)(b)に示す。



(a) 1次モードを0 (b) 2モードを0  
 図5 式(8)、(9)を用いたときの時刻歴応答変位

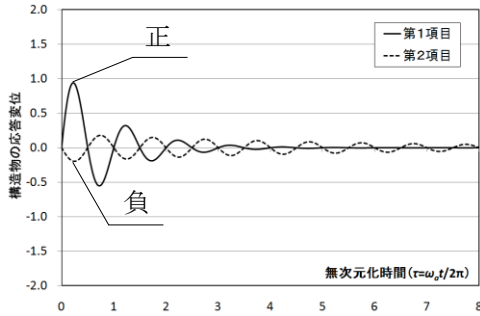


図6 初期変位を大きくしたとき

モード減衰比の大きいモードのみで振動させたときは非常に応答低減効果が高いことがわかる。また、式(8)よりも大きな初期変位を与えたときの時刻歴応答曲線の例を図6に示す。このとき第1項と第2項の正負が反対になるので2つのモードの和である全体の応答もさらに低減させることが可能となる初期変位が存在することがわかる。この点に着目し、設計式を導く。

同調比に関しては式(4,a)の自由振動に対する最適パラメータを用いる。減衰比は、共振応答の低減効果とロバスト性を考慮し、TMDの減衰比をA点よりも大きくしたときに全体系の2次モード減衰比が曲線状に急激に増加したあとで直線的に安定して上昇する線状に切り替わる点を最適なTMD減衰比と定義し、以下の式(10)を導く。

$$(\xi_T)_{opt} = (31.25 \times \mu^2)^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

初期変位は1次と2次の応答の正負が逆転することを利用し、式(7)の2項目の応答が初期変位のないときの振幅の大きさの0.1倍となるようにして、以下の初期変位に関する設計式を提案する。

$$y_0^{**} = -1.1 \times \frac{(\xi_T + \delta)}{\mu \omega_a} \dot{x}_0 \quad (11)$$

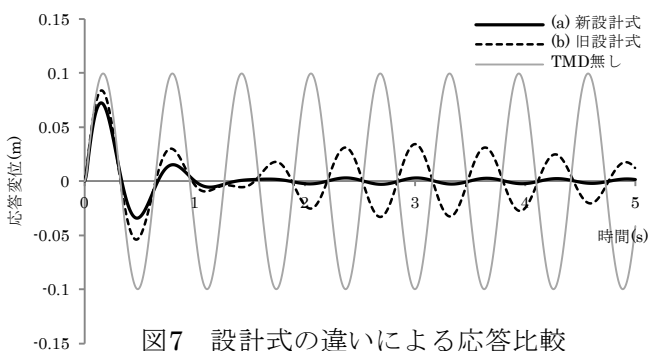


図7 設計式の違いによる応答比較

新しく提案した式(10)(11)と既往の設計式(6)を用いて設計したTMDを取り付けたときの応答を図7と比較する。新しく提案した設計式を用いた場合の制振効果の高さが確認できる。

## 2.4 提案した設計パラメータによる制振効果とロバスト性の確認

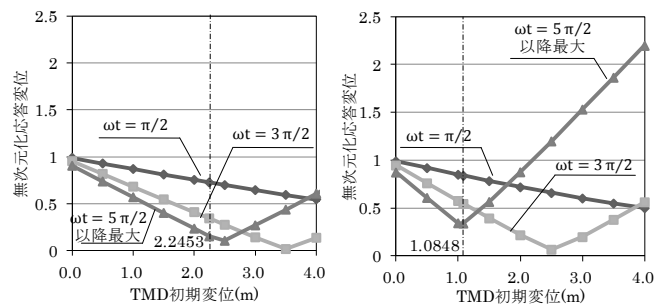
質量比が2.0%のとき、(a)新設計式および(b)旧設計式を用いて求めた各種パラメータを表1に示す。これらの値の1つを変動させロバスト性を確認する。

以下の図8~10に、同調比、減衰比、初期変位のいずれかのパラメータの値を変動させ、その値に対する $\omega t = \pi/2$  (1/4周期目)、 $\omega t = 3\pi/2$  (2/4周期目)、 $\omega t = 5\pi/2$ 以降の最大値(1周期目以降の最大値)での応答を示す。応答はTMDを取り付けないときの応答値で無次元化している。

いずれのパラメータについても設計式で求めた最適

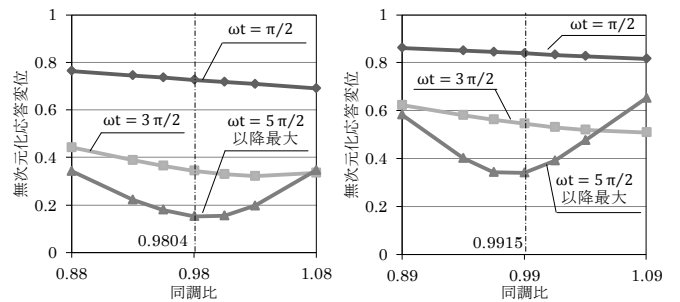
表1 各設計式のパラメータ

	同調比	減衰比	初期変位(m)
(a) 新設計式	0.9804	0.2321	-2.2453
(b) 旧設計式	0.9915	0.0862	-1.0848



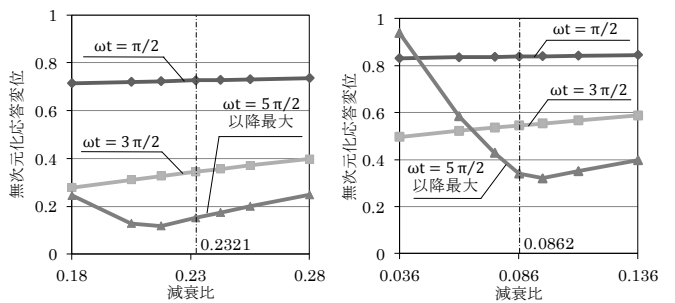
(a) 新設計式 (b) 旧設計式

図8 初期変位と応答変位の関係



(a) 新設計式 (b) 旧設計式

図9 同調比と応答変位の関係



(a) 新設計式 (b) 旧設計式

図10 減衰比と応答変位の関係

値付近で応答が最も抑えられており、新設計式の制振効果の高さが確認できる。勾配も新設計式の方が緩やかであり、ロバスト性についても優れているといえる。

### 3. アーチ構造への初期変位付与型 TMD の適用と制振効果の確認

複数のモードが混在する多自由度系では制振設計の考え方がより複雑になるため、多自由度系の例としてアーチ構造を取り上げ、初期変位付与型 TMD を制振設計に適用して設計手法を示し、制振効果を確認する。

#### 3.1 解析モデル

図 11 に示すアーチを取り上げる。解析対象としているアーチは、隣り合うアーチと節点 3、4、7、10、13、16、19、22、23 で小梁によって連結されており、質量要素として付与する。屋根材料は膜材と仮定し、その質量  $15.0(\text{kg}/\text{m}^2)$  を、非構造質量として与えた。ヤング係数  $2.05 \times 10^{11}(\text{N}/\text{m}^2)$ 、ポアソン比 0.3、質量密度  $7,860(\text{kg}/\text{m}^3)$  を材料定数とする。境界条件は柱脚部を完全拘束し、接合部は全て剛接合である。また、Y 方向の変位は隣のアーチと連結されているため拘束する。

#### 3.2 線形固有値解析による基本振動性状の確認

対象モデルの基本的な振動性状を確認するために、線形固有値解析を行う。表 2 に 1 次～4 次モードまでの固有振動数と X、Z 方向の有効質量比を示し、図 12 に 1 次～4 次までのモード形状を示す。

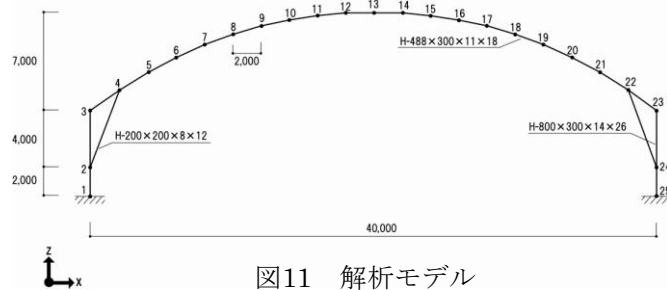


図11 解析モデル

表2 固有振動数と有効質量比

モード次数	固有振動数(Hz)	有効質量比	
		X 方向	Z 方向
1	3.28	4.67E-01	1.01E-34
2	4.02	2.26E-34	2.58E-01
3	7.84	3.29E-01	7.95E-35
4	10.62	6.44E-35	1.61E-01

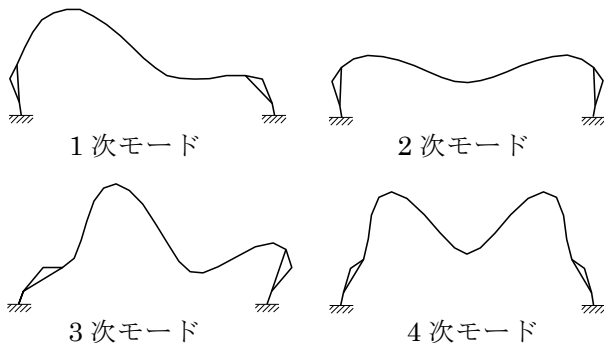


図12 モード形状

### 3.3 TMD の空間配置と設計パラメータの設定

表 2 より 1 次モードの X 方向有効質量比が最も大きくなるので制御モードは 1 次モードとする。

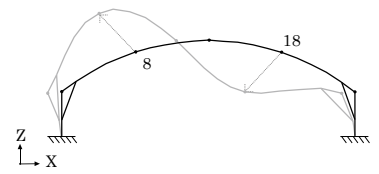


図13 1次モード変位最大点

右の図 13 に 1 次

モードの変位の最も大きいノードの位置とその変位方向を示している。よって TMD の設置位置はこの 2 点とする。TMD の質量は TMD 設置位置における等価質量に対して質量比 2.0% として求めた質量を 2 か所に分散して  $53.97\text{kg}$  とする。その他のパラメータは表 3 に示す。TMD の作用方向は以下の 3 つのパターンを考慮するものとする。表にはそれぞれのパターンにおいて (a)新設計式と(b)旧設計式を用いて求めた初期変位の値を示している。

#### 3.4 時刻歴応答解析による制振効果の確認

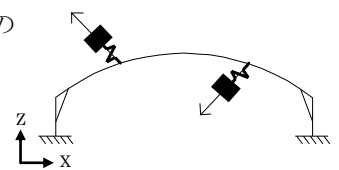
インパルス外力が作用した場合の制振効果を確認するため、時刻歴応答解析を行う。モデルのすぐ下に  $1.0 \times 10^{13}(\text{kg})$  の大質量を設けて基礎部と接続し、そのノードに 0.00 秒から 0.01 秒に  $9.81 \times 10^{13}(\text{N})$  で +X 方向にインパルスを与えるものとした。

図 14～16 ではパターン(1)～(3)で(a)新設計式を用いた場合の、与えた初期変位と  $\omega t = \pi/2(1/4$  周期目)、 $\omega t = 5\pi/2$ 以降の最大値(1 周期目以降の最大値)を TMD 無しの場合のそれぞれの応答値で無次元化した値との関係を、X 方向の振動応答と Z 方向との振動応答とで分けて示している。設計式を用いて求めた初期変位を与えたときを一点鎖線で示しているが、その値

—パターン(1)—

TMD をそれぞれのノードの変位方向に作用させた場合

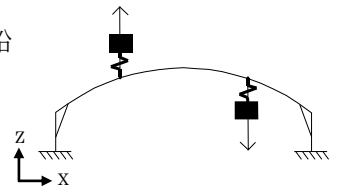
(a) 新設計式	(b) 旧設計式
-0.0926	-0.0449



—パターン(2)—

TMD を全体座標系の Z (鉛直) 方向に作用させた場合

(a) 新設計式	(b) 旧設計式
-0.0854	-0.0415



—パターン(3)—

TMD を全体座標系の X (水平) 方向に作用させた場合

(a) 新設計式	(b) 旧設計式
0.0794	0.0385

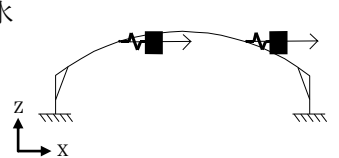


表3 TMD の設計パラメータ

	質量(kg)	ばね剛性(N/m)	減衰定数(N·sec/m)
(a) 新設計式	53.97	22074.82	506.63
(b) 旧設計式	53.97	22516.31	189.99

よりも大きな初期変位のときに最も制振効果が得られることが確認される。パターン別に比較すると、パターン(3)のときにX、Zの両方向に関して最も制振効果が大きく、20%程度にまで応答が抑えられていることがわかる。比較のため図17にパターン(3)の場合に(b)旧設計式を用いた場合を示す。制振効果は(a)新設計式を用いたときの方が高く、ロバスト性も優れていることが確認できる。

図18にパターン(3)のときのTMD取り付け位置で

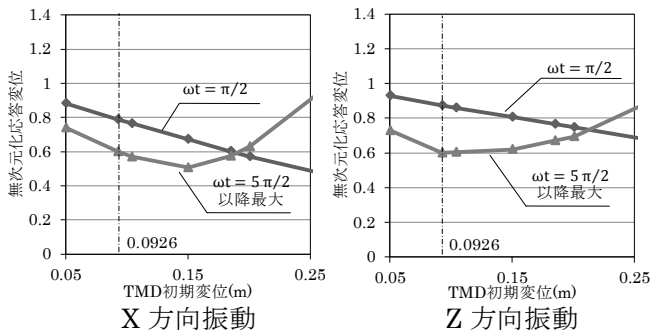


図14 パターン(1)、(a)新設計式

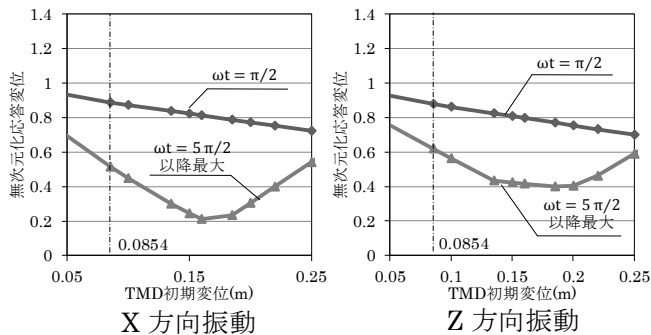


図15 パターン(2)、(a)新設計式

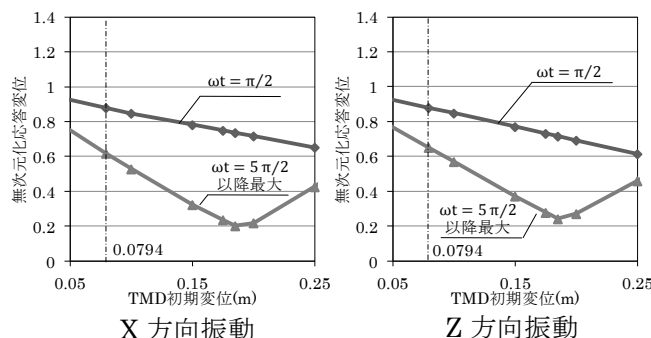


図16 パターン(3)、(a)新設計式

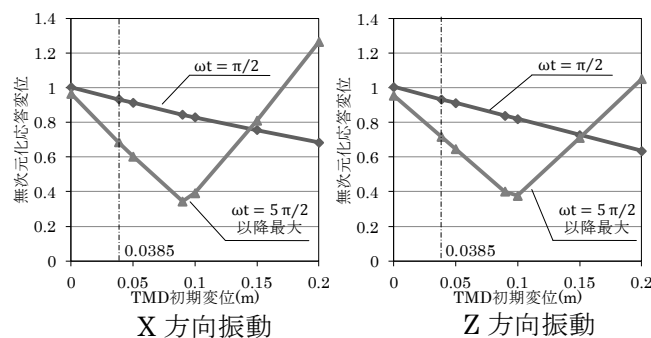


図17 パターン(3)、(b)旧設計式

あるノード8の、図19には上部アーチを載せている柱の頂部であるノード3の時刻歴応答曲線を示す。TMDはX方向に作用させているが、X方向とZ方向のいずれに対しても、応答の全体にわたって初期変位付与型TMDが有効に機能していることがわかる。また、アーチ部のノード8にTMDを設置したにも関わらず、柱の頂部であるノード3の振動も制御できることが確認できた。

また、用いた初期変位設計式は(a)(b)のいずれも応答初期速度 $\dot{x}_0$ を用いた。与える初期変位の大きさには応答初期速度が重要であると考え、X方向とZ方向のそ

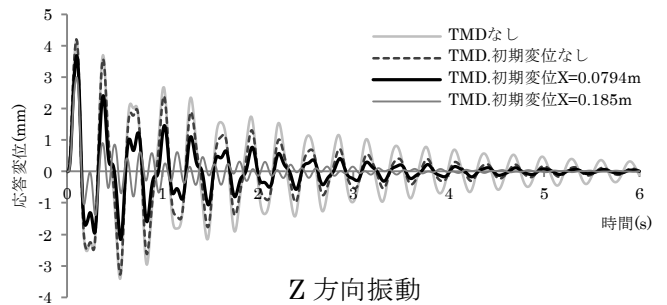
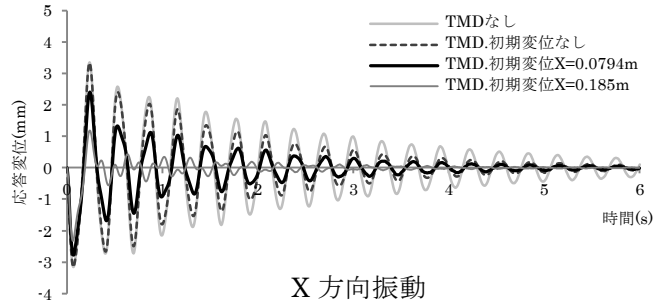


図18 パターン(3)、(a)新設計式ノード8の時刻歴応答曲線

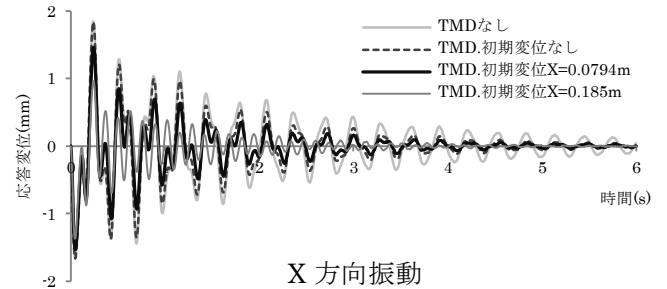


図19 パターン(3)、(a)新設計式ノード3の時刻歴応答曲線

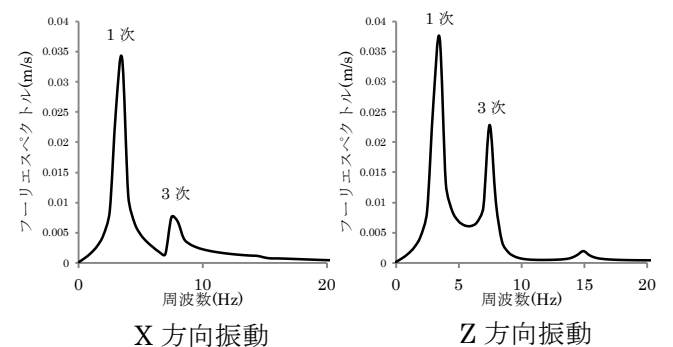


図20 TMDなしの場合の速度変化のスペクトル



それぞれの振動の速度変化に対して0~2秒でスペクトル解析を実行した結果を図20に示す。1次モードの次に3次モードの振動が多く混ざっており、その傾向はZ方向振動の方が顕著である。また、図15と図16の比較からパターン(3)の方が制振効果が高い。図20より、X方向の振動の方が3次モードの振動数成分が小さいので、その方向にTMDを設置した方が振動を抑えることができたためであると考えられる。

また、そのように2つのモードが入り混ざった特徴があるため、初期変位は新設計式を用いて求めた値よりも大きく取った方が有効であり、パラメトリックに検討していくことが必要である。

#### 4. 平板モデル実験による初期変位付与型 TMD の制振効果の確認

##### 4.1 実験概要<sup>2)</sup>

写真1に実験装置の全体像を、写真2にTMDモデルを示す。1200×200mmの鋼板の中央にTMDを取り付ける。初期変位は電磁石を用いて与え、振動を感知すると電磁石が外れて初期変位が解放される。TMDの減衰はダンパーで与え、その値はTMDの自由振動応答曲線から対数減衰率を用いて求めると、考慮した周期の違いにより、7.03%~8.65%程度の差がある。

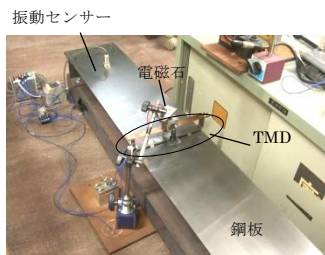


写真1 実験装置

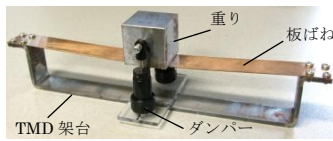


写真2 TMDモデル

##### 4.2 固有振動性状

鋼板の中央部にTMDの架台を取り付けたモデルに対して線形固有値解析を行う。鋼板の材料定数は、ヤング係数  $2.05 \times 10^{11} (\text{N/m}^2)$ 、ポアソン比 0.3、質量密度  $7,850 (\text{kg/m}^3)$ とした。表4に1~4次までの固有振動数を示す。また図21に示す1次モードを制御モードとして選択する。

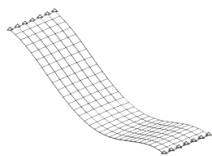


図21 1次モード形状

表4 固有振動数

モード次数	固有振動数(Hz)
1	12.14
2	34.85
3	40.38
4	66.40

##### 4.3 実験結果と解析結果の比較

実験結果と、TMDの減衰比を7.03%にした場合、8.65%にした場合において、TMDの初期変位と、打撃直後の応答である1/4周期目 ( $\omega t = \pi/2$ ) の応答と時刻歴全体での最大振幅の関係を用いて実験結果と解析結果を図22で比較する。

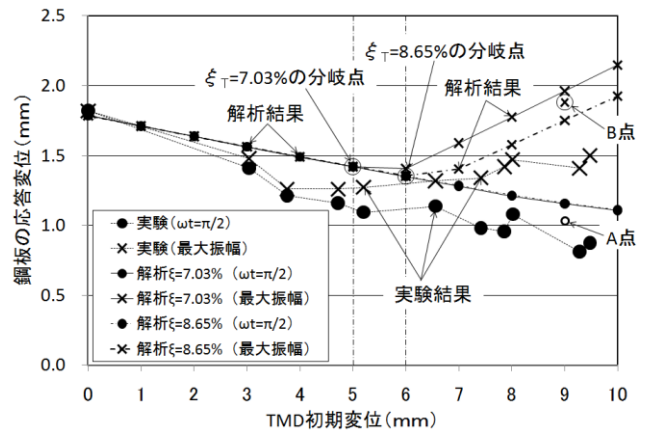


図22 実験結果と解析結果の比較

実験と解析のいずれにおいても、TMDの初期変位が小さいうちは、初期応答が最大振幅となっており、初期変位を大きくするに従ってその応答値も小さくなるが、初期変位がある値よりも大きくなると後に来る最大応答の方が大きくなる分岐点が存在する。

また、初期変位の増加に伴って誤差が大きくなっていく。これは、モデル実験では、電磁石を用いてTMDに初期変位を与えているため、電磁石の電源を切ってもしばらく残留磁力が残っていたのではないかと考えられる。また、電磁石を用いてTMDに初期変位を与える際に、そのTMDに付随して鋼板も持ち上げられるため、この鋼板に付随した初期変位の影響も実験では受けているのではないかと考えられる。

以上のように実験と解析では多少のばらつきは存在するが、全体の傾向はよく一致していることが分かる。

#### 5. 結

うなりの発生しないTMD減衰比の大きい領域に着目した初期変位付与型TMDの設計式を提案し、その制振効果とロバスト性が優れていることを確認した。

複数のモードが存在する多自由度系アーチにおいて初期変位付与型TMDの適用方法を示し、取り付け方向によって得られる制振効果が異なることがわかった。複数のモードが混ざった場合の初期変位の設定を考える必要がある。

実際に平板モデルを用いた実験においても制振効果が確認された。また、解析と実験の比較より、解析的検討の妥当性を確認した。

#### 参考文献

- 1) 吉中進・谷口与史也：初期変位付与型TMDを用いた空間構造の過渡応答の振動制御—初期変位設定式に関する基礎的検討—, 日本建築学会構造系論文集 第75巻 第653号, 1299-1308, 2009.7
- 2) 吉中進・西山秀司・谷口与史也：インパルス外力下における初期変位付与型TMD制振効果の確認のための平板モデル実験, 日本建築学会技術報告集, 第37号, pp.835-840
- 3) 山口宏樹著：構造振動・制御, 共立出版株式会社, 1996.5
- 4) M.Abe and T.Igusa: Semi-Active Dynamic Vibration Absorbers for Controlling Transient Response, Journal of Sound and Vibration, Vol.198(5), pp.547-569

## 討 議 等

### ◆討議 [ 谷池義人 ]

多自由度系モデルに適用する場合に、1次モードを制御モードとして選んでいるが、2次モードや3次モードに対してはどうか。

◆回答：今回は水平方向の有効質量比の最も大きかった1次モードを制御モードとして選んでいるので、1次モードの腹の位置にTMDを設置しています。2次モードまたは3次モードを制御する場合にはまた別のTMDを設計する必要があります。

### ◆討議 [ 谷口与史也 ]

アーチのモデルでTMDの設置パターンの違いによって最適値がずれているが、設置パターンの違いを設計式のパラメータの中で考慮に入れているのか。設計式に取り入れる必要はないのか。

斜め方向に設置しているが、どういう基準で斜めにしたのか。

◆回答：初期変位の設計式には固有円振動数と応答初期速度のパラメータが含まれており、応答初期速度はTMDの設置パターンによってそれぞれ異なってくるため、設置パターンにより初期変位の大きさを覚えて解析しています。今後設置パターンを設計式に取り入れていく必要があります。

斜め方向は、1次モードの腹のノードが変位している方向に取り付けています。

### ◆討議 [ 松村政秀 ]

なぜインパルス外力に着目したのか。インパルス以外の継続している外力に対してもうなりの影響なく制振効果はあるのか。

◆回答：TMDはパッシブ型の制振装置なので、TMDが安定した振動状態になるまでには時間がかかるため、インパルス応答初期の制振効果には課題があります。本研究ではTMDに初期変位を与えることで従来のTMDの弱点である過渡応答初期にも制振効果を発揮させようとしているものなので、最も基本的なインパルス応答に着目しました。調和外力や地震外力に対する検討は今後の課題です。

### ◆討議 [ 角掛久雄 ]

なぜ水平方向にTMDを設置したときの方が制振効果が得られたのか。

◆回答：鉛直方向の振動に対しては水平方向の振動よりも多く3次モードの振動が混ざっていたため、水平方向にTMDを設置した方がより制振効果が得られたのではないかと考えられます。