

## 三角形と六角形網目からなる二層立体ラチス構造物の 境界支持の効果および座屈崩壊実験

建築構造学分野

平野 亮太

### 1. はじめに

三角形と六角形網目から成る二層立体ラチス構造は、三角錐が面内で回転するような内部的不安定な高次変形が座屈モードとして現れ、構造物の座屈耐力に深く影響することが報告されている。近年では技術的発展と社会的需要増大が重なることで設計自由度が増し、理想的な設計条件をくずしたりリスクのある建造物が設計されることが増えてきている。そのような例として Fig.1 のような数体のドームから成る構造物が考えられ、連結部及び支持部において境界条件が複雑化し、全周ピン支持された完全系としての構造特性とは大きく異なっていると考えられる。特に三角形と六角形網目のように、内部的不安定な要素を含んでいるものは境界条件による影響が大きいと考えられ、その力学的性状の把握が必要である。

そこで本論では、内部的不安定性を有する三角形と六角形網目から成る二層立体ラチスドームについて、複雑な支持形式が採られる場合に弾性座屈性状に及ぼす影響を明らかにし、それに対する補剛を目的とした境界梁による効果を調べることを目的とし、弾性座屈解析及び三角形と六角形網目から成る二層立体ラチス平板の模型実験により、その耐荷力を理論的、実験的に比較検討を行う。

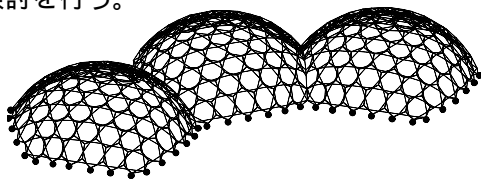
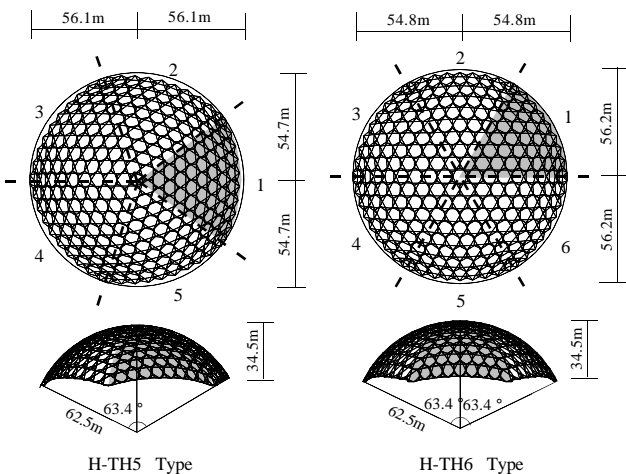


Fig.1 数体のドームで構成される構造物



### 2. H-TH 型二層立体ラチスドームの弾性座屈性状

#### 2.1 解析モデル概要

対象とする網目模様は、上面に六角形網目、下面に”三角形+六角形”網目から成る H-TH 網目である。網目生成方法の違いを考慮し、Fig.2 のようなジオデシック分割法により生成された5つの三角形ユニットが回転対称となるような五角形平面型 (H-TH5) と、6つの三角形ユニットが回転対称となるような六角形平面型 (H-TH6) とする。構成部材は、H-TH5 の上層周辺節点をピン支持されたモデルに長期荷重  $1.96\text{kN/m}^2$  を作用させた場合の応力解析により算定され、両端は全て剛節点とする。解析モデルには全部材が均一な断面特性を用いたものと、部材設計モデルとして上層部の境界部にのみ断面特性が大きな部材を用いたモデルの2種類を扱う。Table 1、Table 2 に部材諸元と細長比を示す。作用荷重は、六角形網目に仕上材を付加することを想定し、六角形のみで構成される面の全節点に等分布荷重が作用するものとする。境界条件は、六角形面の全周をピン支持する。

Table 1 部材特性

| Steel tubular member                    |                   |                                   |                                     |
|---|-------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
|   | Section size (mm) | Section area A (cm <sup>2</sup> ) | Moment inertia I (cm <sup>4</sup> ) |
| Chord members                           | 190.7 × 7.0       | 40.4                              | 17.1 × 10 <sup>2</sup>              |
| Web members                             |                   |                                   |                                     |
| Boundary members                        | 318.5 × 8.0       | 78.4                              | 94.1 × 10 <sup>2</sup>              |
| Young's modulus E (kN/cm <sup>2</sup> ) |                   |                                   | 20.6 × 10 <sup>3</sup>              |
| Shear modulus G (kN/cm <sup>2</sup> )   |                   |                                   | 79.4 × 10 <sup>2</sup>              |

Table 2 細長比

| Members        | H-TH5       |             |      | H-TH6       |             |      |
|----------------|-------------|-------------|------|-------------|-------------|------|
|                | Upper chord | Lower chord | Web  | Upper chord | Lower chord | Web  |
| Maximum values | 81.6        | 66.4        | 50.8 | 88.7        | 70.5        | 53.6 |
| Minimum values | 60.7        | 54.2        | 42.9 | 62.1        | 50.7        | 43.2 |
| Mean values    | 70.4        | 59.0        | 46.4 | 73.2        | 61.3        | 47.5 |

#### 2.2 解析結果

Table 3 に各モデルの弾性座屈荷重とそれを重量で除することで算出した材料効率を示す。ここで、弾性座屈解析は幾何非線形を考慮した荷重増分法とし、増分弾性剛性が特異点となる最小の荷重を座屈荷重とする。均一部材タイプでは座屈荷重、材料効率ともに H-TH6 > H-TH5 となるが、部材設計タイプではほぼ同程度となる。また、部材設計により最大で 95% 増の材料効率の上昇が見込める。座屈モードタイプは Table 3、Fig.3 に示すように、均一部材タイプでは上弦材境界部の連続的な個材座屈 (TypeA)、部材設計タイプでは TH 面の不安定な高次

変形に対応する座屈 (TypeB) が現れる。Fig.4 に示すオイラー軸力比図に示すように、TypeA の座屈モードが現れるモデルでは座屈箇所である境界部に最大値が生じるが、TypeB では境界部に最大値が生じているにもかかわらず、中央部の不安定な高次変形が卓越している。さらにその最大値は比較的小さい。Fig.5a) の荷重変形関係において、初期剛性は H-TH6 > H-TH5 となり、部材設計による初期剛性の上昇の効果が現れている。最大鉛直変位節点位置は各モデル TH 面の頂部であった。これらの結果により、H-TH6 の方が想定荷重に対して効率的に抵抗することがわかる。また、部材設計モデルでは座屈荷重、剛性ともに均一部材モデルからの上昇が見込めるが、不安定な高次変形が座屈モードとして現れるため、接合部の接合剛性によってはピン節の場合の座屈耐力よりも小さくなる可能性があり、設計には注意を要すると考えられる。

Table 3 弾性座屈荷重と弾性座屈モード

| H-TH5      |       | H-TH6      |       | H-TH5-U    |       | H-TH6-U    |       |
|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------------|-------|
| 1.68×105kN | TypeA | 1.88×105kN | TypeA | 3.44×105kN | TypeB | 3.48×105kN | TypeB |
| 41.4       |       | 46.3       |       | 80.9       |       | 81.7       |       |

( 上段：弾性座屈荷重 下段：材料効率 右段：座屈モードタイプ )

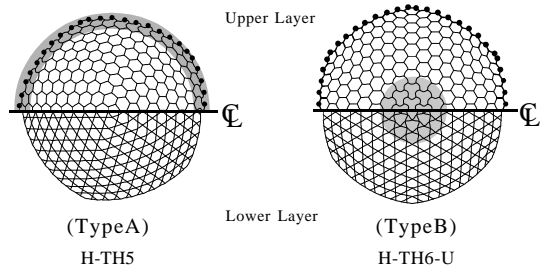


Fig.3 座屈モード ● : Pin Support

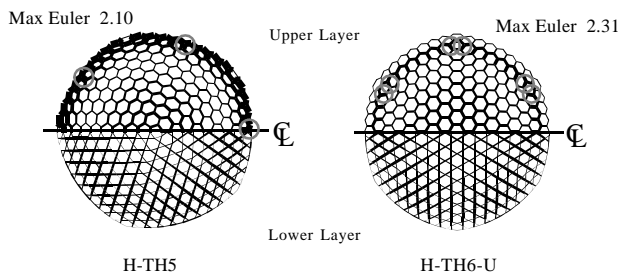


Fig.4 オイラー軸力比 ■ Compression ■ Tension

### 3. 周辺支持の影響および境界梁の効果

#### 3.1 支持条件および境界梁

周辺支持による影響を調べるために、Fig.1 の構造物を想定した、1 辺のピン支持を取り除くことで 1 辺を自由端にした支持形式、同様に 2 辺を自由端にした支持形式の 2 種類とし、それぞれを Fig.6 に示す。また、H-TH 網目は境界の影響が大きいことを考慮して、特殊な境界条件に対する補剛を目的とした境界梁を各モデルの自由端部の外周に追加したモデルについても解析を行う。ここで境界梁を構成する部材は Table 1 で示した 318.5 × t8.0 を使用する。解析モデルは計 16 体である。

#### 3.2 解析結果

Table 4 に弾性座屈荷重およびモデル重量より算出した材料効率を示す。表中の百分率は各モデルの全周ピン支持の弾性座屈荷重に対する割合であり、低減率を表す。均一部材モデルでは境界部に自由端がある場合、全周ピン支持されたモデルに対して 28% ~ 36% に減少する。一方、部材設計モデルでは 25% ~ 28% に減少する。表中の記号は座屈モードタイプを表し、自由端部が全体的に変形する座屈モード (TypeC)、上弦材境界部の個材座屈モード (TypeD)、下弦材境界部の個材座屈モード (TypeE) をあらわし、それぞれを Fig.7 に示す。また、Fig.8 にオイラー軸力比図を示す。1 辺が自由端であるモデルは全て TypeC の座屈モードが現れ、オイラー軸力比が比較的小さくても座屈が生じている。Fig.5b) に最大鉛直変位節点における荷重変形関係を示す。境界部に自由端がある場合、剛性は大きく低下し、変位が極めて大きくなる。最大変位節点箇所は各モデル自由端部の H 面外周節点である。Fig.9 に座屈時の自由端部の鉛直面への水平投影変位図を示す。自由端の辺数により概形が異なり、2 辺自由端モデルでは浮き上がる変形が見られる。

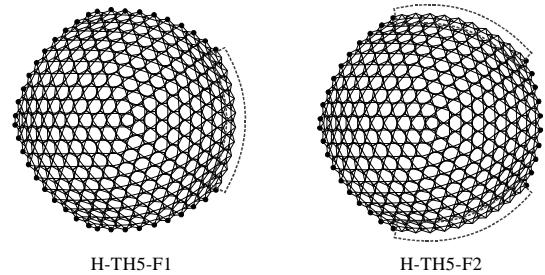


Fig.6 支持条件

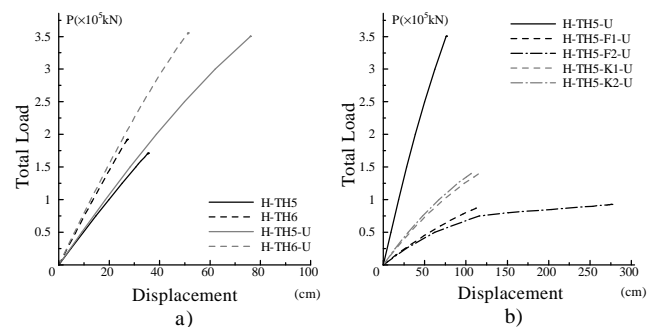


Fig.5 荷重変形関係

Table 4 弾性座屈荷重と弾性座屈モード

| H-TH5-F1                |       | H-TH5-F2                |       | H-TH6-F1                |       | H-TH6-F2                |       |
|-------------------------|-------|-------------------------|-------|-------------------------|-------|-------------------------|-------|
| 0.49×10 <sup>5</sup> kN | TypeC | 0.54×10 <sup>5</sup> kN | TypeD | 0.53×10 <sup>5</sup> kN | TypeC | 0.69×10 <sup>5</sup> kN | TypeD |
| 12.1                    | 29.4% | 13.3                    | 32.1% | 13.1                    | 28.3% | 17.0                    | 36.7% |
| H-TH5-F1-U              |       | H-TH5-F2-U              |       | H-TH6-F1-U              |       | H-TH6-F2-U              |       |
| 0.88×10 <sup>5</sup> kN | TypeC | 0.91×10 <sup>5</sup> kN | TypeE | 0.94×10 <sup>5</sup> kN | TypeC | 0.99×10 <sup>5</sup> kN | TypeE |
| 20.7                    | 25.6% | 21.4                    | 26.9% | 22.1                    | 27.1% | 23.2                    | 28.4% |

( 左上：弾性座屈荷重 左下：材料効率 右上：座屈モードタイプ 右下：低減率 )

#### 3.3 境界梁の効果

境界梁により弾性座屈荷重は最大 62% の上昇が見込める。特に自由端部の変形に対応した TypeC の座屈モードが現れていたモデルで、変形をある程度拘束することにより座屈モードが個材座屈に変わったため弾性座

屈荷重が大きく上昇した。しかしながら、個材座屈を生じていたモデルにおいては境界梁の効果は少なかった。荷重変形関係においては2辺自由端モデルの幾何非線形と自由端部の多少による剛性の差は見られなくなり、境界梁が自由端部の変形を適合する効果がある。

Table 5 弾性座屈荷重と弾性座屈モード

| H-TH5-K1                |       | H-TH5-K2                |       | H-TH6-K1                |       | H-TH6-K2                |       |
|-------------------------|-------|-------------------------|-------|-------------------------|-------|-------------------------|-------|
| 0.63×10 <sup>5</sup> kN | TypeD | 0.63×10 <sup>5</sup> kN | TypeD | 0.86×10 <sup>5</sup> kN | TypeD | 0.76×10 <sup>5</sup> kN | TypeD |
| 15.0                    | 36.2% | 14.4                    | 34.8% | 20.6                    | 44.5% | 17.6                    | 38.0% |
| H-TH5-K1-U              |       | H-TH5-K2-U              |       | H-TH6-K1-U              |       | H-TH6-K2-U              |       |
| 1.39×10 <sup>5</sup> kN | TypeE | 1.37×10 <sup>5</sup> kN | TypeE | 1.41×10 <sup>5</sup> kN | TypeE | 1.34×10 <sup>5</sup> kN | TypeE |
| 31.8                    | 39.3% | 30.4                    | 37.6% | 32.3                    | 39.5% | 29.9                    | 36.6% |

( 左上:弾性座屈荷重 左下:材料効率 右上:座屈モードタイプ 右下:低減率 )

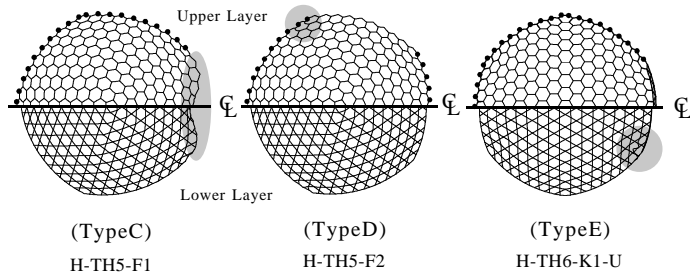


Fig.7 弾性座屈モード ● : Pin Support

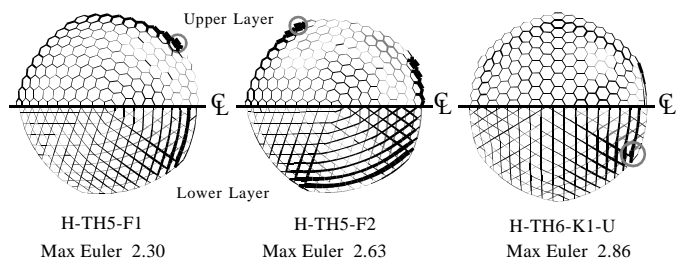


Fig.8 オイラー軸力比 **—** : Compression **—** : Tension

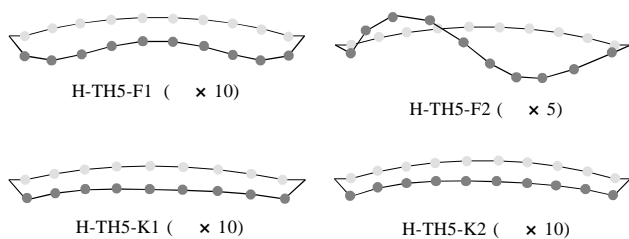


Fig.9 自由端部の変形モード

#### 4. 二層立体ラチス平板の座屈崩壊実験

##### 4.1 試験体

試験体の形状は Fig.10 に示されるねじ込み接合形式で構成される、H-TH 型及びその上下面を入れ替えた TH-H 型二層立体ラチス平板 (Fig.11) の2種類でそれぞれ2体ずつ製作した。試験体の部材は真鍮製パイプ、接合部は真鍮製球であり、基礎実験によりそれぞれの機械的特性を明らかにしたものを Table 6、Table 7 に示す。

##### 4.2 実験方法

試験体の支持方法は TH 面境界部をローラー支持とする。載荷方法は H 面の全節点に均等な鉛直荷重を作用させるためにトーナメント載荷方式を採り油圧形式の押し引き両用の負荷装置を用いた。測定には動歪み変位計

CDP-25 を用い、平板の支点と各節点との相対たわみを測定した。荷重は油圧ジャッキ先端に取り付けたロードセルにより測定した。また、載荷の均等性を中央部下弦材に歪みゲージ(ゲージ率 2.09 ± 1.0%) を貼り付けて歪み量を測定した。

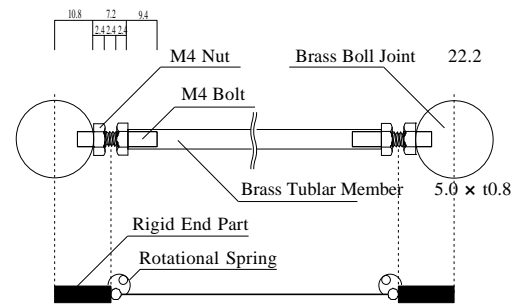


Fig.10 接合部詳細図

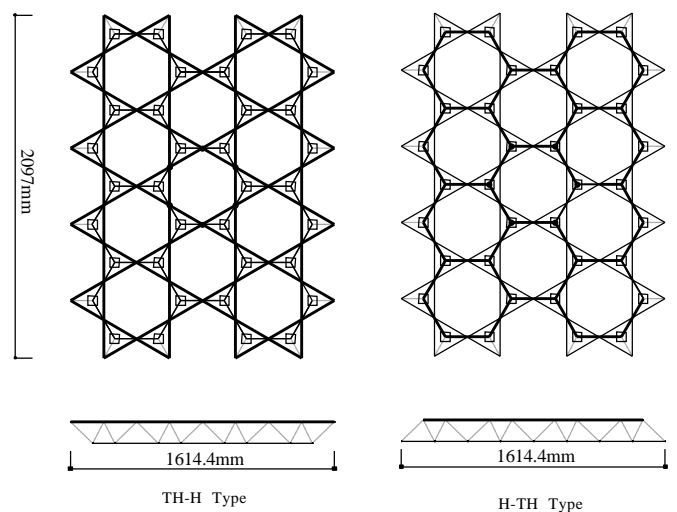


Fig.11 試験体形状 □ : 載荷節点 ● : 変位測定節点

Table 6 部材特性

| Type          | Length        | Axial Rigidity EA | Flexural Rigidity EI                    | Slenderness Ratio |
|---------------|---------------|-------------------|---|-------------------|
| Brass Tubular | TH Grid Chord | 196.9 mm          |   | 130.3             |
| Member        | H Grid Chord  | 233.0 mm          | 1.15×10 <sup>6</sup> N                  | 154.1             |
| 5.0 × t 0.8   | Web           | 154.2 mm          | 2.60 × 10 <sup>6</sup> Nmm <sup>2</sup> | 102.0             |

Table 7 接合部特性

| Screw Joint System |                                  |                         |                                    |
|--------------------|----------------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| Diameter D         | Rigid Zone Length ? <sub>j</sub> | Rotation C <sub>j</sub> | Connecting Rigidity C <sub>j</sub> |
| 22.2 mm            | 14.5 mm                          |                         | 2.40×10 <sup>4</sup> Nmm           |

##### 4.3 実験結果

実験により得られた鉛直荷重 P と平板中央たわみ との関係を示す Fig.12 に示す。なお、P にはトーナメント載荷用部品の重量を加えている。また、各試験体の最大荷重 P<sub>max</sub> を Table 8 に示す。

以上の結果より TH-H 型では弾性座屈後に急激な耐力低下が生じ、座屈変形として Fig.13 に示すような三角錐が面内で相対的に回転する内部的不安定な高次変形が見られた。H-TH 型では最大荷重に達した後、荷重が一定のまま平板のたわみのみが進む領域が見られるが、弾性座屈後に急激な耐力低下が生じ、H 面中央部に個材の座屈変形が見られた。

#### 4.4 解析結果と実験結果との比較考察

Fig.11 に示した二層立体ラチス平板について、実験と同様の条件下で、Fig.10 に示すような剛域と回転ばねを両端にもつ部材モデルから成る立体ラチスの弾性座屈解析法により座屈荷重と座屈モードを算出し、その結果を Table 9、Fig.14 に示す。初期弾性勾配は Fig.12 に点線で示している。以上の結果を実験結果と比較すると、初期弾性勾配は TH-H 型、H-TH 型ともに良い一致が確認できる。弾性座屈荷重は、H-TH 型では実験による最大荷重とよく一致しているが、TH-H 型では実験結果に対して 18% 低い値となった。座屈モードは、H-TH 型では上弦材中央部の個材座屈が現れ、TH-H 型では三角錐が相対的に回転するような内部的に不安定な高次変形に対応した座屈が生じており、実験結果と良い一致を示している。これらより、網目を上下入れ替えることにより座屈性状がまったく異なることが実験的、理論的に確認された。なお、TH-H 型の実験結果が解析結果よりも大きくなった要因の一つとして、接合剛性の影響が考えられる。そこで、Fig.15 に示す接合部の回転ばね定数  $C_j$  を真鍮製パイプの曲げ剛性  $EI$  と上弦材の節点間距離  $l$  で無次元化したばね定数と弾性座屈荷重との関係から、各試験体の回転ばね定数実験値付近で微小変化した場合に座屈荷重に及ぼす感度は TH-H 型が H-TH 型に対して 32.5 倍となり TH-H 型は接合剛性の影響が大きいことが確認できる。しかしながら、実験による最大荷重になるには、回転ばね定数が約 4 倍以上になる必要があり、接合剛性のみが最大荷重を上昇させたとは考えにくい。

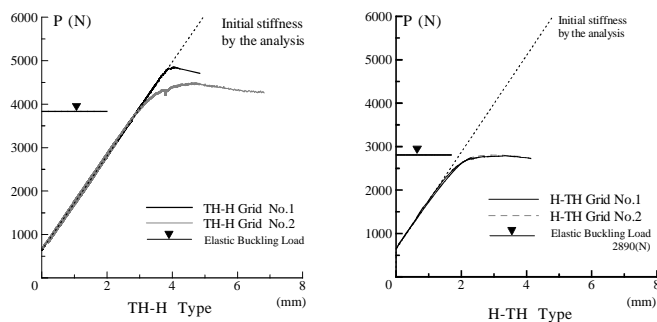


Fig.12 各試験体の荷重変形関係

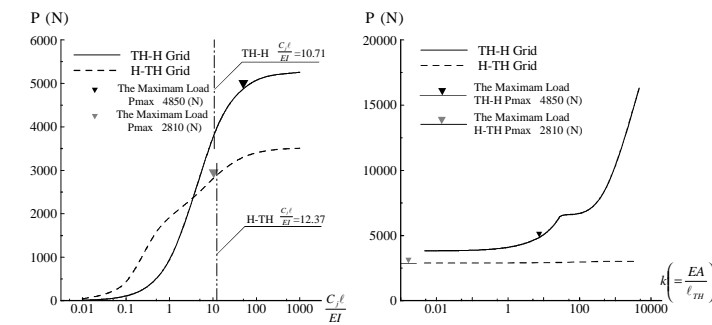
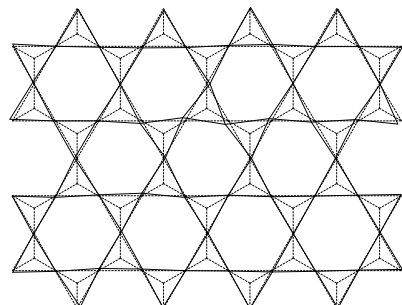
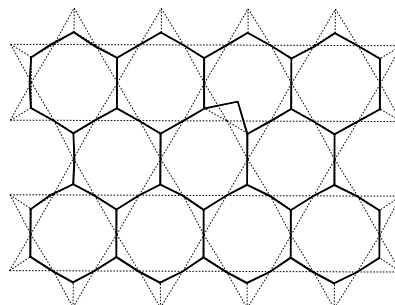


Fig.15 接合剛性と座屈荷重関係

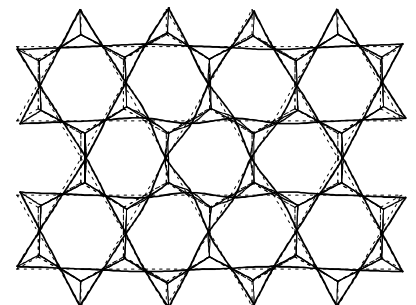
Fig.16 支持剛性と座屈荷重関係



TH-H 型試験体 (No.1)



H-TH 型試験体 (No.1)



TH-H 型

Fig.13 各試験体の残留変形

Fig.14 弾性座屈解析による座屈モード

そこで要因の一つとして考えられる支持剛性の影響を考える。Fig.16 に示すような各支持点の  $x$  と  $y$  を弾性拘束するばね定数  $k=EA/l$  と弾性座屈荷重との関係から、H-TH 型では支持剛性の影響がほぼ見られないが、TH-H 型では  $k>1$  程度で顕著な影響が現れることが確認できる。つまり、実験の最大荷重が上昇した要因の一つとして、支持剛性の影響があることが十分に考えられる。

5. まとめ

三角形と六角形からなる二層立体ラチス構造物の周辺支持の影響を把握し、それに対する補剛を目的とした境界梁の効果について明らかにした。さらに、TH-H 型と H-TH 型二層立体ラチス平板の座屈崩壊実験を行い、座屈特性を明らかにした。以下に結論を述べる。

- 1) 弾性座屈耐力に関しては H-TH5 と比べて H-TH6 の方が荷重に対して効率的に抵抗する。
- 2) 境界部に自由端が存在すると、その多少によらず全周ピン支持の座屈荷重の 30% 程度に減少する。また、自由端部の変形は極めて大きくなり、自由端部の変形に対応した座屈モードが現れる。
- 3) 境界梁は自由端部の変形を低減し、変形に対応した座屈モードを効果的に拘束し、その結果最大 62% の弾性座屈荷重の上昇が見込める。また、自由端部の変形モードを一様にし、変形を適合する効果がある。
- 4) 座屈崩壊実験により、TH-H 型及び H-TH 型二層立体ラチス平板ともに弾性座屈後に急激な耐力低下が見られ、TH-H 型では不安定な高次変形が座屈モードとして現れた。H-TH 型では上弦材中央部の個材座屈が現れた。

Table 8 各試験体の最大荷重

|                            | TH-H Plate             |      | H-TH Plate               |      |
|----------------------------|------------------------|------|--------------------------|------|
| The Maximam Load           | No.1                   | No.2 | No.1                     | No.2 |
| $P_{max}$ (N)              | 4850                   | 4492 | 2787                     | 2810 |
| Mean Value $P_{max,m}$ (N) | 4671 ( $1 \pm 0.038$ ) |      | 2798.5 ( $1 \pm 0.004$ ) |      |

Table 9 弾性座屈解析による座屈荷重

| Model type                      | TH-H | H-TH  |
|---------------------------------|------|-------|
| Elastic Buckling Load $P_e$ (N) | 3831 | 2890  |
| $P_e / P_{max,m}$ (%)           | 82.0 | 103.3 |