大阪市立大学大学院　都市系専攻
修士論文梗概集 2004 年 3 月

立体鋼橋構造物の動的弾塑性有限変位解析プログラムの構築

橋梁工学分野　杉原　尚志

1.はじめに

兵庫県南部地震以降，レベル 2 地震動に対応すべく実施された既設鋼製橋脚の耐震補強がほぼ完了し，現在は，長大橋など全体系を対象とした耐震補強が行われる段階に移行している．これらの中には，供用開始から 40 年近く経た橋梁が多数存在し, 維持管理や補修を兼ねた耐震補強が課題として挙げられる．この種の耐震補強の検討には，動的応答解析が可能な数値計算プログラムが有効なツールとなる．しかしながら，幾何学的非線形性までを考慮した弾塑性動的応答解析プログラムはあまり開発されていないのが現状である．弾性微小変位解析プログラムを用いて耐震性を評価したものが多い．つまり，強地震下のような大変形が予想されるような場合に対して厳密な有限変位理論を用いた評価はほとんどなされていない．

このようなことから，本研究では，立体鋼橋構造物の弾塑性有限変位解析プログラム EPASS と補剛鋼板構造の耐荷力解析プログラム USSP とを統合した既存の解析プログラム EPASS Plus を動的な弾塑性有限変位解析プログラムへと拡張した新たな解析プログラム EPASS Plus-D を構築することを目的としている．

2. 動的弾塑性有限変位解析プログラムの構築手順

地震動のような複雑な荷重を受ける構造物の動的解析を行うには，微小な時間間隔ごとに運動方程式を数値的に積分し，解を求める直接積分法が有効である．EPASS Plus-D においては，*Newmark*-β 法，平均化速度法β=1/4 を採用した．なお，この直接積分法は，計算ステップごとに剛性マトリックス $\boldsymbol{K}$ を変化させて計算することができるため，非線形解析に対しての適用が可能である．

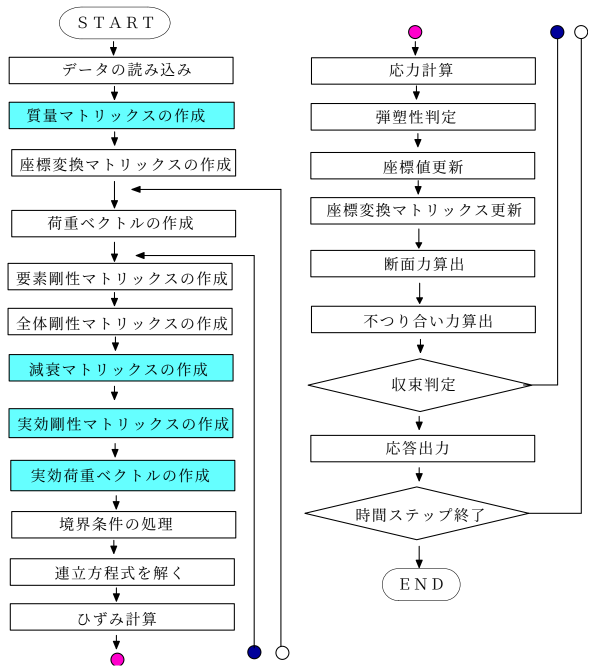


図-1 EPASS Plus-D のフローチャート

減衰を伴わない運動方程式は, 質量マトリックス $\boldsymbol{M}$, 剛性マトリックス $\boldsymbol{K}$ とした場合，増分形で次式のように表せる．

$$\boldsymbol{M}\left(\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\ddot{\mathbf{y}}_{n}\right)+\boldsymbol{K}\left(\boldsymbol{y}_{n+1}-\boldsymbol{y}_{n}\right)=-\boldsymbol{M}\left(\ddot{\mathbf{y}}_{0n+1}-\ddot{\mathbf{y}}_{0n}\right)$$

ここに，$\mathbf{y}_n=\left\{\begin{matrix} u_{1X} \\ v_{1X} \\ w_{1X} \\ \vdots \\ \theta_{nX} \\ \theta_{nY} \\ \theta_{nZ} \end{matrix}\right\}$ と全体座標系に対する変位ベクトルと定義する．$\dot{\mathbf{y}}_n$，$\ddot{\mathbf{y}}_n$ についても同様に扱う．

時刻 t における変位, 速度, 加速度ベクトルを $\mathbf{y}_n$, $\dot{\mathbf{y}}_n$, $\ddot{\mathbf{y}}_n$ とする．よって時刻 t_{n+1}（= $t_n+\Delta t$）における変位, 速度，加速度ベクトルを $\mathbf{y}_{n+1}$， $\dot{\mathbf{y}}_{n+1}$， $\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}$ と定義する．

また，Δt 区間内の加速度が t_n と t_{n+1} における加速度の平均値に等しく，一定であると仮定すると（平均化速度法），

$$\ddot{\mathbf{y}}(t)=\frac{1}{2}\left(\ddot{\mathbf{y}}_n+\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}\right) = 一定 \tag{2}$$

となる．

また，$\mathbf{y}(t)$，$\dot{\mathbf{y}}(t)$，は式（3），（4）に示す 1 次式，2 次式と表せる．

$$\dot{\mathbf{y}}(t)=\dot{\mathbf{y}}_n+\frac{1}{2}\left(\ddot{\mathbf{y}}_n+\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}\right)(t-t_n) \tag{3}$$

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{y}_n+\dot{\mathbf{y}}_n(t-t_n)+\frac{1}{4}\left(\ddot{\mathbf{y}}_n+\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}\right)(t-t_n)^2 \tag{4}$$

次に，t_{n+1} 時刻における変位および速度ベクトル $\mathbf{y}_{n+1}$，$\dot{\mathbf{y}}_{n+1}$ は，（3），（4）式で $t=t_n+\Delta_t$ とおくことにより得られる．また，運動方程式（1）式が t_{n+1} 時刻で成り立つことから，次の 2 つの式（5），（6）が得られる．

$$\mathbf{y}_{n+1}=\mathbf{y}_n+\dot{\mathbf{y}}_n\Delta t+\frac{1}{4}\left(\ddot{\mathbf{y}}_n+\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}\right)\Delta t^2 \tag{5}$$

$$\dot{\mathbf{y}}_{n+1}=\dot{\mathbf{y}}_n+\frac{1}{2}\left(\ddot{\mathbf{y}}_n+\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}\right)\Delta t \tag{6}$$

運動方程式を解くことにより，次のステップの変位 $\mathbf{y}_{n+1}$ が得られたとすると，$\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}$，$\dot{\mathbf{y}}_{n+1}$ は，式 (5) に $\mathbf{y}_{n+1}$ を代入すると，

$$\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}=-\ddot{\mathbf{y}}_n-\frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{y}}_n+\frac{4}{\Delta t^2}\left(\mathbf{y}_{n+1}-\mathbf{y}_n\right) \tag{7}$$

となり，さらに式（7）を式（6）に代入すると，

$$\dot{\mathbf{y}}_{n+1}=-\dot{\mathbf{y}}_n+\frac{2}{\Delta t}\left(\mathbf{y}_{n+1}-\mathbf{y}_n\right) \tag{8}$$

となる．したがって，時刻歴解析を行う場合，地震加速度が Δt=0.01sec で与えられた場合，$\Delta t/n$ と微小時間ごとに繰り返し数値計算を行う．（n は時間分割数）

2.1 質量の取り扱い

質量マトリックス $\boldsymbol{M}$ には，集中質量および整合質量マトリックスの 2 種類がある．また，集中質量マトリックスには，節点に直接質量を載荷する節点集中質量マトリックスと要素が持つ自重を要素両端に振り分けて質量を載荷する分布質量系の 2 種類が存在する．[1)]

しかし，現バージョン EPASS Plus-D においては節点集中質量のみ取り扱えるものとする．

2.2 減衰の取り扱い

EPASS Plus-D では式（1）における減衰係数 $\boldsymbol{C}$ については，レーリー減衰を導入している，減衰マトリックス $\boldsymbol{C}$ が剛性マトリックス $\boldsymbol{K}$ および質量マトリックス $\boldsymbol{M}$ に比例すると仮定し，式 (9) のように表すことが課可能である [2)].

$$\boldsymbol{C}=\alpha\boldsymbol{K}+\beta\boldsymbol{M} \tag{9}$$

式 (9) の係数α，βは，次式（10），（11）より求まる．ただし，f_1 ：1 次の固有振動数　f_2 ：2 次の固有振動数　h_1 :1 次の減衰定数　h_2 :2 次の減衰定数とする．

$$\alpha=\frac{4\pi f_1 f_2\left(h_1 f_2-h_2 f_1\right)}{f_2^2-f_1^2} \quad (10) \qquad \beta=\frac{h_2 f_2-h_1 f_1}{\pi\left(f_2^2-f_1^2\right)} \quad (11)$$

2.3 実効剛性マトリックスおよび実効荷重ベクトル

Δt における運動方程式が，式（12），（13）で表せるとすると

$$\boldsymbol{M}\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}+\boldsymbol{C}\dot{\mathbf{y}}_{n+1}+f_{n+1}=p_{n+1} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{M}\ddot{\mathbf{y}}_n+\boldsymbol{C}\dot{\mathbf{y}}_n+f_n=p_n \tag{13}$$

となる．それぞれ f_{n+1}，p_{n+1} は，Δt における外力，復元力である．次に，式（13）から（12）を引いて，

$$\boldsymbol{M}\left(\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\ddot{\mathbf{y}}_n\right)+\boldsymbol{C}\left(\dot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_n\right)+f_{n+1}-f_n=p_{n+1}-p_n \tag{14}$$

ここで，$\Delta f_n=f_{n+1}-f_n$，$\Delta p_n=p_{n+1}-p_n$

とおくと，式（15）は，

$$\boldsymbol{M}\left(\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_n\right)-\boldsymbol{C}\left(\dot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_n\right)+\Delta f_n=\Delta p_n \tag{15}$$

となり，式（7）（8）より，

$$\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\ddot{\mathbf{y}}=-2\ddot{\mathbf{y}}_n-\frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{y}}_n+\frac{4}{\Delta t^2}\left(\mathbf{y}_{n+1}-\mathbf{y}_n\right) \tag{16}$$

$$\dot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_n=-2\dot{\mathbf{y}}_n+\frac{2}{\Delta t}\left(\mathbf{y}_{n+1}-\mathbf{y}_n\right) \tag{17}$$

式（16）（17）を式（15）に代入して，さらに，

$$\Delta f_n=\boldsymbol{K}\Delta\mathbf{y}_n \tag{18}$$

と近似すると，

$$\left(\frac{4}{\Delta t^2}\boldsymbol{M}+\frac{2}{\Delta t}\boldsymbol{C}+\boldsymbol{K}\right)\Delta\mathbf{y}_n =\boldsymbol{M}\left(2\ddot{y}_n+\frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{y}}_n\right)+2\boldsymbol{C}\dot{\mathbf{y}}_n+\Delta p_n \tag{19}$$

したがって，実効剛性マトリックスおよび実効荷重ベクトルは，

$$\hat{\boldsymbol{K}}=\left(\frac{4}{\Delta t^2}\boldsymbol{M}+\frac{2}{\Delta t}\boldsymbol{C}+\boldsymbol{K}\right) \tag{20}$$

$$\hat{\mathbf{P}}=\boldsymbol{M}\left(2\ddot{\mathbf{y}}_n+\frac{4}{\Delta t}\dot{\mathbf{y}}_n\right)+2\boldsymbol{C}\dot{\mathbf{y}}_n+\Delta p_n \tag{21}$$

となる．

よって，式（19）を解いてΔ_yが得られれば，

$$\mathbf{y}_{n+1}=\mathbf{y}_n+\Delta\mathbf{y}_n \tag{21}$$

より変位ベクトル $\mathbf{y}_{n+1}$ を求め，式（7），（8）から加速度ベクトル $\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}$，速度ベクトル $\dot{\mathbf{y}}_{n+1}$ が求められる．

2.4 不つりい力について

次に，Δt，$\Delta f_n(=f_{n+1}-f_n)$，$\Delta p_n(=p_{n+1}-p_n)$における運動方程式が（22）で表せるとすると，

$$\Delta f_n=\Delta p_n-\boldsymbol{M}(\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\ddot{\mathbf{y}}_n)-\boldsymbol{C}(\dot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_n) \qquad (22)$$

であるから，右辺ー左辺の値が不つりあい力となる．ただし，プログラム上 1 ステップあたりの増分外力と増分内力（復元力）との差ではなく，トータル外力とトータル内力との差を不つり合い力としているので，次のように処理をする．

$$\left\{\begin{aligned}
\Delta f_0&=\Delta p_0-\boldsymbol{M}(\ddot{\mathbf{y}}_1-\ddot{\mathbf{y}}_0)-\boldsymbol{C}(\dot{\mathbf{y}}_1-\dot{\mathbf{y}}_0)\\
\Delta f_1&=\Delta p_1-\boldsymbol{M}(\ddot{\mathbf{y}}_2-\ddot{\mathbf{y}}_1)-\boldsymbol{C}(\dot{\mathbf{y}}_2-\dot{\mathbf{y}}_1)\\
&\ \ \vdots\\
\Delta f_{n-1}&=\Delta p_{n-1}-\boldsymbol{M}(\ddot{\mathbf{y}}_n-\ddot{\mathbf{y}}_{n-1})-\boldsymbol{C}(\dot{\mathbf{y}}_n-\dot{\mathbf{y}}_{n-1})\\
\Delta f_n&=\Delta p_n-\boldsymbol{M}(\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\ddot{\mathbf{y}}_n)-\boldsymbol{C}(\dot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_0)
\end{aligned}\right. \qquad (23)$$

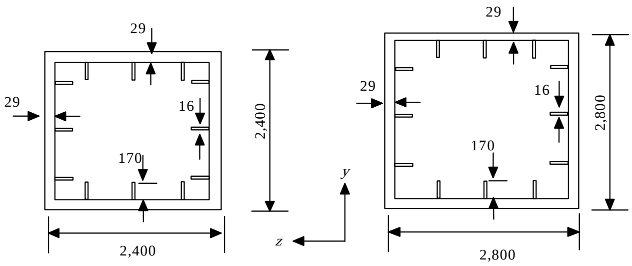
これらを足し合わせて

$$\sum\Delta f_n=\sum\Delta p_n-\boldsymbol{M}(\ddot{\mathbf{y}}_{n+1}-\ddot{\mathbf{y}}_0)-\boldsymbol{C}(\dot{\mathbf{y}}_{n+1}-\dot{\mathbf{y}}_0) \qquad (24)$$

と表せる．

3. 弾塑性動的応答変位解析結果とハイブリッド実験結果との比較・考察

EPASS Plus-D における弾塑性動的応答変位解析の検証を行うため，図-2，図-3[3]に示す断面形状の対象構造物を用いた．ヤング率 E=2.0×10^5（N/mm^2），ポアソン比 μ=0.3 とし，**表-1** に示す材料定数をそれぞれ用いた．さらに，初期不整として初期たわみ量は，柱上端で最大δ_0=l/1,000 となるようにした，残留応力については**図-4** に示す値をそれぞれ考慮した．



（a）　DH-1 断面　　　（b）　DH-2 断面

図-2　ハイブリッド実験使用断面 (unit:mm)

表-1 解析に用いた鋼材特性

解析モデル	降伏応力 σ$_Y$ (N/mm^2)	引張応力 σ$_U$ (N/mm^2)	降伏ひずみ ε_y	ひずみ硬化開始ひずみ ε_{st}	ひずみ硬化率 E_{st} (N/mm^2)
DH-1	410	567	0.01435	0.049662	4446.041
DH-2	434	572	0.01519	0.045290	4584.731

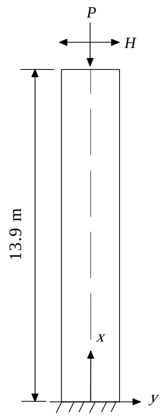


図-3 側面図（実橋脚レベル）

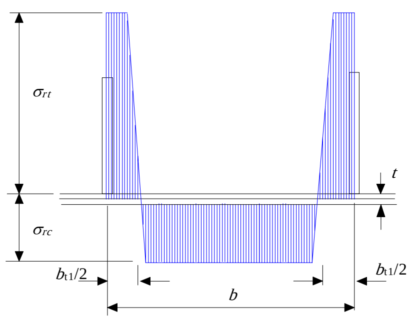
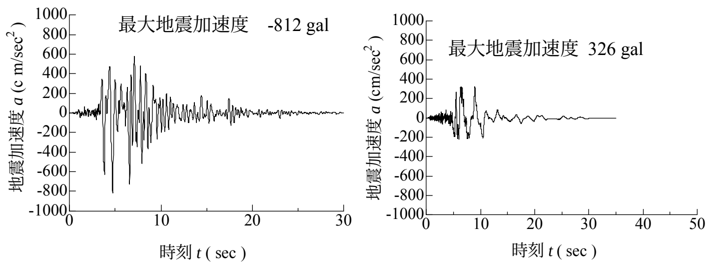


図-4 導入残留応力分布図



（a）Type233　　　（b）Type231

図-5　入力地震加速度

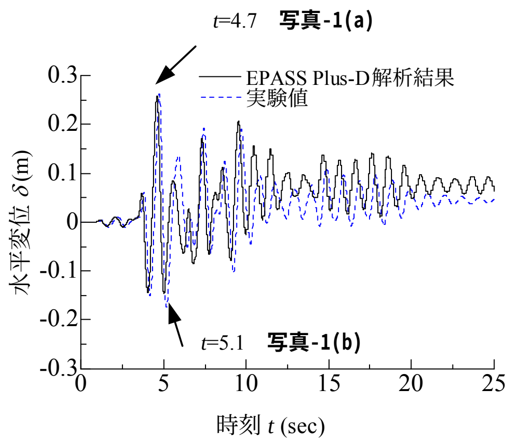


図-7 水平変位の時刻歴応答(DH-1)

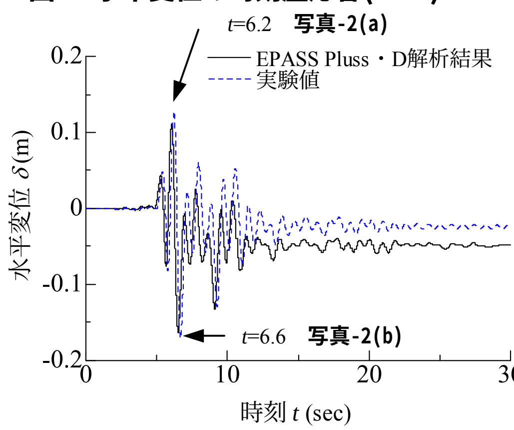
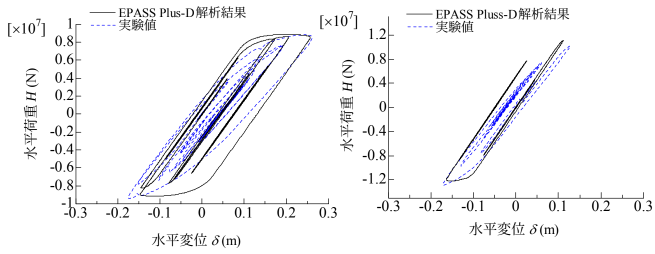


図-6 水平変位の時刻歴応答(DH-3)

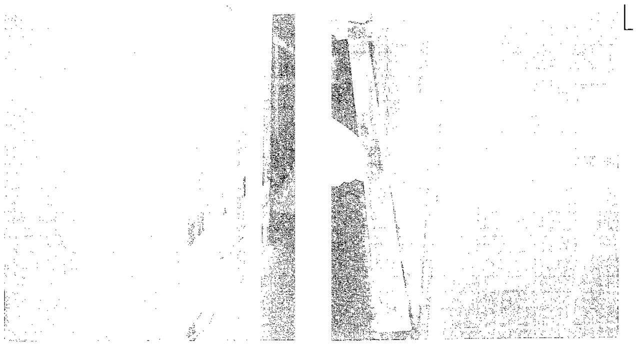


（a）　DH-1 断面　　　　（b）　DH-2 断面

図-8　荷重-変位曲線

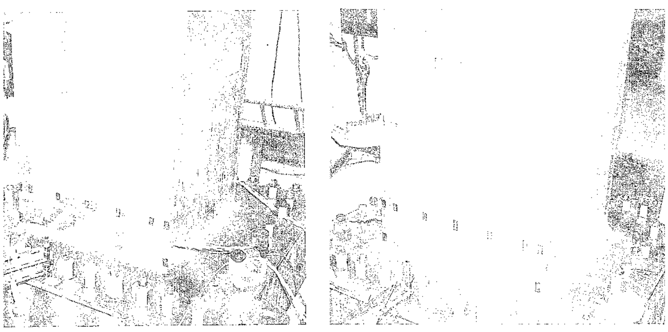
DH-1 に対しては図-5(a)，DH-2 には図-5(b)に示す地震波をそれぞれ用いた．

図-6 より DH-1 について解析結果および実験値 δ_y =0.175m，t = 4.454 sec 程度までの応答変位は実験値とほぼ一致している．同様に，図-7 に示す DH-2 についても δ_y =0.094m，t = 5.964 sec 程度までの応答変位はほぼ一致しているが，残留変位についてはそれぞれ 30%，53%もの誤差が生じた．この原因として，今回解析に用いた等方硬化による構成則の影響が大きいと考えられる．なぜなら，図-8 に示すように除荷域において，実験値では塑性化している場合においても解析結果はほぼ弾性応答を示している部分が存在する．よって，適切とされる構成則を用いることにより残留変位の誤差は少なくなると考えられる．



(a) t = 4.7　　　　（b）t = 5.1

写真-1　経過時刻 t における実験供試体（ DH-1）



（a）t = 6.2　　　　（b）t = 6.6

写真-2　経過時刻 t における供試体（DH-2）

5. まとめ

（1）構築した解析プログラム EPASS Plus-D を用いて，一自由度系振動体に対して有限変位解析，動的弾塑性有限変位化解析を行い，解析解と比較した結果，両者は良好な一致を示した．

(2) 実構造物に対する本構築プログラムの適用性の検討を目的に，大型ハイブリッド実験（実物の 1/4 スケール）の実験結果との比較を試みた．その結果，最大地震加速度を受けるまでは，その応答性状は実験結果によく一致した．ただし，残留変位については，差異が見られることから今後の検討項目に挙げられる．

（3）以上の（1），（2）の結果から本研究で構築した EPASS Plus-D は，骨組構造物の弾塑性動的挙動を再現することが可能であり．橋梁骨組み構造物の動的挙動の解明に有効であると考えられる．

（4）今後は，地盤も含めた橋梁全体系の弾塑性有限変位解析を行う必要性が考えられることから地盤についてもモデル化，すなわち地盤バネなどに代表される地盤と構造物の間の相互作用を表す要素の開発，さらには桁間衝突の問題においては緩衝バネの開発など，新しい要素を追加する必要がある．また，解析精度の高精度化に向けて，整合質量の導入や局部座屈の再現に対応できるよう板要素の追加が必要である．

謝辞

JIP テクノサイエンス(株)システム技術研究所の狩野正人氏には，本論文で主として使用している動的弾塑性有限変位解析プログラム EPASS Plus-D を構築する際に多大なご協力をいただきました．ここに，厚く御礼を申し上げます．

6.参考文献

1) JIP テクノサイエンス（株）システム研究所：INDY 理論説明書 Version 3.1，2001.12.

2) 柴田明徳：最新　耐震構造解析，森北出版（株），1981.6.

3) 建設省土木研究所：構造橋梁部橋梁研究室：鋼製橋脚のハイブリッド地震応答実験，1999.3.